TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN II NĂM HỌC 2012-2013
MÔN TOÁN – KHỐI B
THỜI GIAN: 180 PHÚT

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I ***(2,0 điểm)***

Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

2. Cho $A(0;a)$, tìm các giá trị của a để từ A kẻ được hai tiếp tuyến với (C) và hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó nằm về hai phía trục hoành.

Câu II ***(2,0 điểm)***

1. Giải phương trình lượng giác $3\cot^2 x + \dfrac{3(\cot x + 1)}{\sin x} - 4\sqrt{2}\cos(x + \dfrac{7\pi}{4}) = 1$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 1 + \sqrt{x(y+1)} \\ x^3 - y^2 = 7 \end{cases}$

Câu III ***(1,0 điểm)*** Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos x \cos(x + \frac{\pi}{4})}$

Câu IV ***(1,0 điểm)*** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và tam giác SCD vuông tại S. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SC.

Câu V ***(1,0 điểm)*** Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{3}{a+b+c} \geq 4$$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a ***(2,0 điểm)***

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC biết $B(1;-1)$, trung tuyến kẻ từ A và B có phương trình lần lượt là $x + y - 2 = 0$ và $7x + y - 6 = 0$. Cho diện tích tam giác bằng 2, tìm tọa độ các điểm A và C.

2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;-1)$; $B(1;1;2)$; $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt đoạn thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

Câu VII.a ***(1,0 điểm)*** Giải bất phương trình

$$2\log_4(x^3+1) \leq \log_4(2x-1)^2 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1)$$

B. Theo chương trình Nâng cao

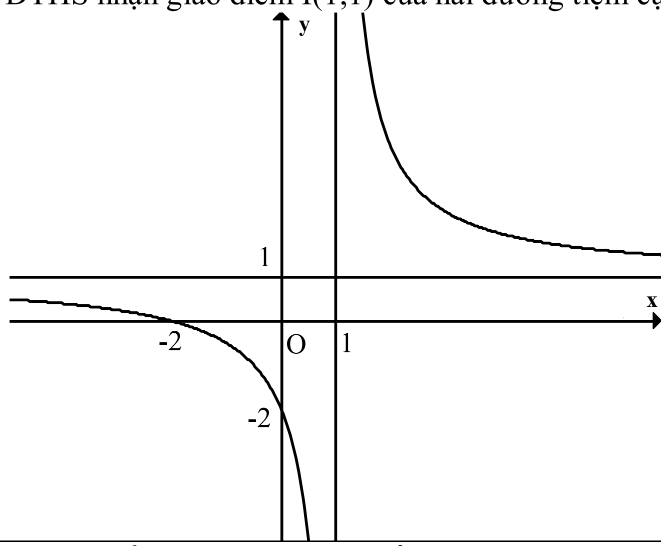
Câu VI.b ***(2,0 điểm)***

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G(1;1)$, đỉnh A thuộc đường thẳng $2x - y + 1 = 0$, các đỉnh B, C thuộc đường $x + 2y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết diện tích tam giác bằng 6.

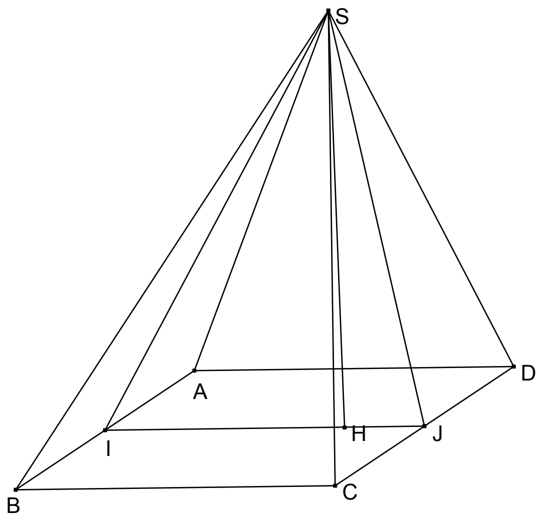
2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;-5)$, $B(-3;-13;7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oxz) góc nhỏ nhất.

Câu VII.b ***(1,0 điểm)*** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó không có chữ số 0 và có đúng 2 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ.

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

CÂU	ĐÁP ÁN	B.ĐIỂM
I.1	a. TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ b. Giới hạn và tiệm cận $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của ĐTHS. $\lim\limits_{x\to1^-}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của ĐTHS.	0.25
	c. Chiều biến thiên $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0\forall x\in D$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.	0.25
	d. Bảng biến thiên	0.25
	e. Đồ thị Điểm cắt trục tung (0;-2); điểm cắt trục hoành (-2;0). ĐTHS nhận giao điểm I(1;1) của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.  	0.25
I.2	Đường thẳng d qua A với hệ số góc k có phương trình $y=kx+a$ Để d là tiếp tuyến với (C) thì hoành độ tiếp điểm là nghiệm ẩn x của hệ $\begin{cases}\dfrac{-3}{(x-1)^2}=k\\ \dfrac{x+2}{x-1}=kx+a\end{cases}$ Do đó $\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{-3}{(x-1)^2}x+a\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)x^2-(2a+4)x+a+2=0 \quad (1)\\ x\neq1\end{cases}$	0.25
	Để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến với (C) thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khác 1. Khi đó hai hệ số góc tương ứng là $k_1;k_2$ khác nhau vì nếu $k_1=k_2$ thì chỉ ra được $x_1+x_2=2$ và không tồn tại a. Do đó kẻ được đúng 2 tiếp tuyến. Chỉ ra $\begin{cases}a\neq1\\ \Delta'=3a+3>0\\ (a-1).1^2-(2a+4).1+a+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>-1\\ a\neq1\end{cases}$	0.25

	Các tung độ tiếp điểm là $y_1=\dfrac{x_1+2}{x_1-1};y_2=\dfrac{x_2+2}{x_2-1}$ phải trái dấu nhau nên $y_1y_2<0$ hay $\dfrac{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}<0$	0.25
	Tính được $\dfrac{9a+6}{-3}<0\Leftrightarrow a>\dfrac{-2}{3}$. Vậy $a>\dfrac{-2}{3}$ và $a\neq 1$.	0.25
II.1	Điều kiện $\sin x\neq 0$ Quy đồng và biến đổi về $3\cos^2 x+3(\cos x+\sin x)-4(\cos x+\sin x)\sin^2 x=\sin^2 x$	0.25
	$\Leftrightarrow(3\cos^2 x-\sin^2 x)+(\cos x+\sin x)(3-4\sin^2 x)=0$ $\Leftrightarrow(3-4\sin^2 x)(1+\sin x+\cos x)=0$	0.25
	Giải trường hợp đầu được $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ (thỏa mãn).	0.25
	Giải trường hợp sau được $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ (thỏa mãn); $x=k2\pi$ (loại) Vậy các họ nghiệm của phương trình là $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi;x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$.	0.25
II.2	Từ phương trình thứ hai suy ra $x>0$, kết hợp với đkiện của pt đầu ta được $x>0;y\geq -1$	0.25
	Biến đổi phương trình đầu được $(y+1)+\sqrt{x(y+1)}-2x=0$, chia cả 2 vế cho $x>0$ được $\dfrac{y+1}{x}+\sqrt{\dfrac{y+1}{x}}-2=0$. Tính được $\sqrt{\dfrac{y+1}{x}}=1$.	0.25
	Thế $y=x-1$ vào pt sau được $x^3-x^2+2x-8=0\Leftrightarrow x=2$	0.25
	Tính được $y=1$ Vậy nghiệm (x;y) của hệ là $(2;1)$.	0.25
III	$I=\sqrt{2}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{dx}{\cos x(\cos x-\sin x)}=\sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\frac{dx}{\cos^2 x}}{1-\tan x}=\sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{d(\tan x)}{1-\tan x}$	0.25
	Đặt $t=\tan x$. Đổi cận …..	0.25
	Đưa về $I=\sqrt{2}\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\dfrac{dt}{1-t}=-\sqrt{2}\ln\|t-1\|\Big\|_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$	0.25
	Tính ra $I=\sqrt{2}\ln\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$	0.25
IV	Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh (SIJ) vuông góc với (ABCD).	0.25

	Do đó hình chiếu của S trên (ABCD) là hình chiếu của S trên IJ.	
	Chỉ ra tam giác SIJ vuông tại S (định lý Pitago) Tính được $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvtt)	0.25
	 Chỉ ra khoảng cách AB, SC là khoảng cách từ AB đến (SCD) và bằng khoảng cách từ I đến (SCD).	0.25
	Chứng minh SI vuông góc với (SCD) và do đó khoảng cách này bằng $SI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.	0.25
V	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số ta có $\dfrac{a}{b}+\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{a^2}{bc}}=3a$. Tương tự $\dfrac{b}{c}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{a}\ge 3b$ và $\dfrac{c}{a}+\dfrac{c}{a}+\dfrac{a}{b}\ge 3c$ Do đó $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{a}\ge a+b+c$	0.25
	Ta chứng minh $a+b+c+\dfrac{3}{a+b+c}\ge 4$. Đặt $t=a+b+c$, chỉ ra $t\ge 3$.	0.25
	Biến đổi BĐT thành $t+\dfrac{3}{t}\ge 4 \Leftrightarrow (t-1)(t-3)\ge 0$	0.25
	Chỉ ra BĐT này luôn đúng do $t\ge 3$. BĐT đã cho được chứng minh. Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$.	0.25
VI.a.1	Tính được tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3})$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, CA. Tính được $BN=\dfrac{3}{2}BG=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$	0.25
	Vì $S_{ABN}=\dfrac{1}{2}S_{ABC}=1$ nên $d_{(A;BN)}=\dfrac{2.1}{\dfrac{5}{\sqrt{2}}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$	0.25

	Gọi $A(a;2-a)$ ta được pt $\frac{\lvert 6a-4\rvert}{\sqrt{50}}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$, giải được $a=0;a=\frac{4}{3}$	
	Với $a=0$, tính được $A(0;2);C(1;3)$	0.25
	Với $a=\frac{4}{3}$, tính được $A(\frac{4}{3};\frac{2}{3});C(\frac{-1}{3};\frac{13}{3})$.	0.25
VI.a.2	Dựa vào $\overrightarrow{IB}=-2\overrightarrow{IC}$, tính được tọa độ điểm I là $(\frac{-1}{3};\frac{5}{3};\frac{-2}{3})$	0.5
	Dựa vào 2 vectơ $\overrightarrow{IA};\overrightarrow{n_p}$ cùng vuông góc với $\overrightarrow{n_Q}$, tính được vec tơ pháp tuyến của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}=(2;3;2)$	0.25
	Phương trình (Q) là $2x+3y+2z-3=0$.	0.25
VII.a	Điều kiện $x>-1;x\neq\frac{1}{2}$. Biến đổi về $\log_4(x^3+1)\le\log_4\lvert 2x-1\rvert+\log_4(x+1)$	0.25
	Tương đương $x^2-x+1\le\lvert 2x-1\rvert$	0.25
	Xét $x>\frac{1}{2}$ được nghiệm $1\le x\le 2$	0.25
	Xét $-1<x<\frac{1}{2}$ được nghiệm $-1<x\le 0$ Vậy tập nghiệm là $S=(-1;0]\cup[1;2]$.	0.25
VII.a.1	Gọi $B(1-2b;b);C(1-2c;c)$ thì $A(1-2b-2c;3-b-c)$. Do A thuộc đường $2x-y+1=0$ nên $b+c=0$. Do đó $A(1;3)$.	0.25
	Tính được khoảng cách từ A đến BC bằng $\frac{6}{\sqrt{5}}$ nên $BC=2\sqrt{5}$.	0.25
	Mà $B(1-2b;b);C(1+2b;-b)$ nên $BC=\sqrt{20b^2}$. Do đó $b=\pm 1$.	0.25
	Từ đó $A(1;3);B(-1;1);C(3;-1)$ hoặc $A(1;3);B(3;-1);C(-1;1)$.	0.25
VII.a.2	Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P). $\overrightarrow{AB}=(-5;-13;12)$, ta có $5a+13b-12c=0$. Góc φ giữa (P) và (Oxz) xác định bởi $\cos\varphi=\frac{\lvert b\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$	0.25
	Nếu b=0 thì $\varphi=90^0$ Nếu $b\neq 0$, chọn b=1 ta được $5a-12c+13=0$ và $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{a^2+c^2+1}}$	0.25
	Khi đó $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{a^2+\left(\frac{5a+13}{12}\right)^2+1}}=\frac{12}{\sqrt{169a^2+130a+313}}=\frac{12}{\sqrt{(13a+5)^2+288}}\le\frac{1}{\sqrt{2}}$	0.25

	nên $\varphi \ge 45^0$.	
	Do đó φ nhỏ nhất khi $a = \frac{-5}{13}; b = 1; c = \frac{12}{13}$. PT (P) là $5x - 13y - 12z - 70 = 0$	0.25
VII.b	- Chọn 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có $C_4^2.C_5^3$ cách	0.25
	- Chọn vị trí cho 2 chữ sổ chẵn có C_5^2 cách.	0.25
	- Cho 2 chữ số chẵn vào 2 vị trí trên có $2!$ cách, cho 3 chữ số lẻ vào 3 vị trí còn lại có $3!$ cách.	0.25
	- Số các số thỏa mãn đề bài là $C_4^2.C_5^3.C_5^2.2!3! = 7200$ số	0.25

Yêu cầu:

Học sinh trình bày chi tiết lời giải và các bước tính toán.

Lời giải phải đảm bảo tính chặt chẽ, đặc biệt là điều kiện cần và đủ, các bước đánh giá.

Học sinh có thể giải bài toán theo các cách khác nhau. tổ chấm thảo luận để thống nhất cho điểm.