

Bài 1: (1 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = 2\sqrt{3x} - 5\sqrt{27x} + 7\sqrt{12x} \quad (x \geq 0)$$

Bài 2: (1 điểm)

Phân tích thành nhân tử (với các số x, y không âm):

$$x\sqrt{y} - y\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

Bài 3: (1,5 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (\sqrt{3} - \sqrt{5})x + 2$

- Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?
- Tính giá trị của y khi $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$

Bài 4: (1,75 điểm)

- Tìm hệ số góc của đường thẳng $3x + 2y = -4$.
- Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$ biết đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $3x + 2y = -4$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{4}{3}$.
- Vẽ đồ thị của hàm số vừa xác định ở câu b)

Bài 5: (1,75 điểm)

- Sử dụng định nghĩa các tỉ số lượng giác của một góc nhọn để chứng minh rằng: Với góc nhọn α tùy ý, ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
- Áp dụng: Cho tam giác ABC vuông ở A. Biết $\sin B = \frac{3}{5}$, tính $\cos B$, $\cos C$.

Bài 6: (1 điểm)

Để đo chiều cao của một tháp, một nhóm học sinh lớp 9 đặt giác kế thẳng đứng cách tim của chân tháp 100 mét và quay thanh giác kế để ngắm nhìn thấy đỉnh của tháp. Các bạn đọc trên giác kế được góc nhìn $\alpha = 32^\circ 36'$ so với chiều nằm ngang. Biết giác kế có chiều cao là 1,5 mét. Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến đế-xi-mét).

Bài 7: (2 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O, bán kính $R = 6\text{ cm}$ và điểm A cách O một khoảng 10 cm . Từ A vẽ tiếp tuyến AB (B là tiếp điểm) và cát tuyến bất kỳ ACD (C và D là 2 giao điểm của cát tuyến và đường tròn). Gọi I là trung điểm của đoạn CD.

- Tính độ dài đoạn tiếp tuyến AB.
- Khi C chạy trên đường tròn (O) thì I chạy trên đường nào?
- Chứng minh rằng tích $AC \cdot AD$ không đổi khi C thay đổi trên đường tròn (O).

————— Hết —————

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
1			1,0
		$A = 2\sqrt{3x} - 5\sqrt{27x} + 7\sqrt{12x} = 2\sqrt{3x} - 15\sqrt{3x} + 14\sqrt{3x}$ $A = \sqrt{3x}$	0,75 0,25
2			1,0
		Vì x, y không âm nên: $x\sqrt{y} = \sqrt{x}\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{x}\sqrt{xy}$; $y\sqrt{x} = \sqrt{y}\sqrt{y}\sqrt{x}$ $x\sqrt{y} - y\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - (\sqrt{x} - \sqrt{y})$ $= (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{xy} - 1)$	0,25 0,50 0,25
3			1,5
	a)	Hàm số bậc nhất $y = (\sqrt{3} - \sqrt{5})x + 2$ có hệ số $a = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$, nên hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}	0,50 0,50
	b)	Khi $x = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ thì $y = (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) + 2 = 3 - 5 + 2 = 0$	0,50
4			1,75
	a)	Ta có: $3x + 2y = -4 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x - 2$ nên đường thẳng $3x + 2y = -4$ có hệ số góc là $m = -\frac{3}{2}$	0,25 0,25
	b)	Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $3x + 2y = -4$, nên $a = m = -\frac{3}{2}$ và $b \neq -2$. Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $\frac{4}{3}$, nên $0 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} + b \Leftrightarrow b = 2 \neq -2$. Vậy hàm số cần xác định là: $y = -\frac{3}{2}x + 2$	0,25 0,25 0,25
	c)	Xác định được giao điểm của đồ thị với trục Oy (hoặc một điểm thứ 2 khác giao điểm của đồ thị với trục hoành): Vẽ đúng đồ thị:	0,25 0,25

5		1,75
	a)	<p>+ Theo định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn α, ta có:</p> $\sin \alpha = \frac{x}{a}; \cos \alpha = \frac{y}{a}.$ <p>+ Suy ra: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{x^2 + y^2}{a^2},$</p> <p>+ Theo định lí Py-ta-go trong tam giác vuông, ta có: $x^2 + y^2 = a^2.$</p> <p>+ Vậy: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{x^2 + y^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$</p>
	b)	<p>Áp dụng câu a) ta có: $\sin^2 B + \cos^2 B = 1 \Leftrightarrow \cos^2 B = 1 - \sin^2 B = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$</p> <p>Suy ra: $\cos B = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ (vì $\cos B$ không âm).</p> <p>+ Hai góc B và C phụ nhau, nên $\cos C = \sin B = \frac{3}{5}$</p>
6		1,0
		<p>+ Vẽ được hình và giải thích ý chính như ở trang 90 SGK:</p> <p>+ Chiều cao của đỉnh tháp là $h = 100 \operatorname{tg} 32^\circ 36' + 1,5 \approx 65,5 \text{ dm}$</p>
7		2,0
	a)	<p>+ AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên tam giác OAB vuông ở B, suy ra:</p> $AB^2 = OA^2 - OB^2 = 100 - 36 = 64$ $\Rightarrow AB = 8 \text{ cm}$
	b)	<p>+ Gọi M là trung điểm của OA. Ta có: I là trung điểm của dây cung CD, nên $OI \perp CD \Rightarrow \Delta OAI$ vuông ở I.</p> <p>Do đó: $MI = MO = MA$ (trung tuyến ứng với cạnh huyền).</p> <p>Vậy: Khi C chạy trên đường tròn (O), thì I chạy trên đường tròn đường kính OA.</p>
	c)	<p>+ Gọi $x = OI$, ta có:</p> $AI = \sqrt{AO^2 - OI^2} = \sqrt{100 - x^2};$ $IC = ID = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{36 - x^2}.$ <p>+ $AC = AI - IC; AD = AI + ID$</p> <p>+ $AC \cdot AD = (AI - IC)(AI + ID) = AI^2 + AI(ID - IC) - IC \cdot ID = AI^2 - IC^2$</p> <p>$AC \cdot AD = AI^2 - IC^2 = 100 - x^2 - (36 - x^2) = 64$, không đổi khi C chạy trên đường tròn (O).</p>