

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI**  
**Môn : Toán lớp 7**

**Thời gian: 120 phút ( Không kể thời gian giao đề)**

Câu 1: (3.0 điểm)

a. Tính  $P = \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$

b. Biết  $1^3 + 2^3 + 3^3 \dots + 10^3 = 3025$ . Tính  $S = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 20^3$ .

c. Không dùng máy tính, hãy so sánh:  $A = \frac{2006}{2007} + \frac{2007}{2008} + \frac{2008}{2009} + \frac{2009}{2006}$  với 4

Câu 2: (2.5 điểm)

a. Cho  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$  và  $a + b + c = 2007$ . Tính a, b, c.

b. Chứng minh rằng: Từ tỷ lệ thức  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \neq 1$  ta có tỷ lệ thức  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Bài 3: (2.5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE. Gọi M là giao điểm của DC và BE.

a. Chứng minh  $\Delta ABE = \Delta ADC$ .

b. Tính số đo góc BMC.

Bài 4:(2.0 điểm)

a. Cho tam giác ABC. M là điểm bất kỳ nằm trong tam giác. Chứng minh:

$$2(MA + MB + MC) > AB + AC + BC$$

b. Cho tam giác ABC. AN, BP, CQ là ba trung tuyến. Chứng minh:

$$\frac{4}{3}(AN + BP + CQ) > AB + AC + BC$$

## Hướng dẫn chấm môn toán lớp 7

**Câu 1: (3.0 điểm)**

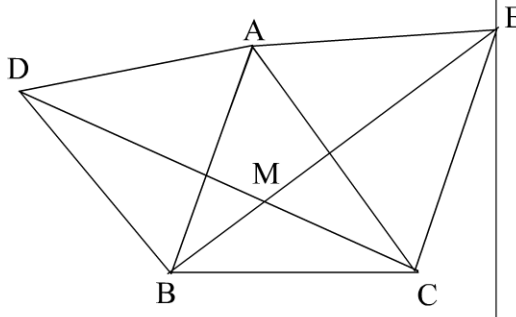
$P = \frac{2^{19} \cdot (3^3)^3 + 3 \cdot 5 \cdot (2^2)^9 \cdot (3^2)^4}{(2 \cdot 3)^9 \cdot 2^{10} + (3 \cdot 2^2)^{10}}$	0,25
$= \frac{2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} + 3^{10} \cdot 2^{20}}$	0,25
$= \frac{2^{18} \cdot 3^9 (2 + 5)}{3^9 \cdot 2^{19} (1 + 3 \cdot 2)}$	0,25
$= \frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{1}{2}$	0,25
<p>- Có <math>2^3 = (2 \cdot 1)^3 = 2^3 \cdot 1^3</math>  <math>4^3 = (2 \cdot 2)^3 = 2^3 \cdot 2^3</math>  <math>6^3 = (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3</math>            ...  <math>20^3 = (2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3</math></p>	0,50
$\Rightarrow S = 2^3(1^3 + 2^3 + \dots + 10^3) = 8 \cdot 3025 = 24200$	0,50
$= \frac{2007-1}{2007} + \frac{2008-1}{2008} + \frac{2009-1}{2009} + \frac{2006+3}{2006}$	0,25
$= 1 - \frac{1}{2007} + 1 - \frac{1}{2008} + 1 - \frac{1}{2009} + 1 + \frac{3}{2006}$	0,25
$= 4 + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2008} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2009}$	0,25
<p>Do: <math>\frac{1}{2006} &gt; \frac{1}{2007}, \frac{1}{2006} &gt; \frac{1}{2008}, \frac{1}{2006} &gt; \frac{1}{2009}</math> nên <math>A &gt; 4</math></p>	0,25

**Câu 2: (2.5 điểm)**

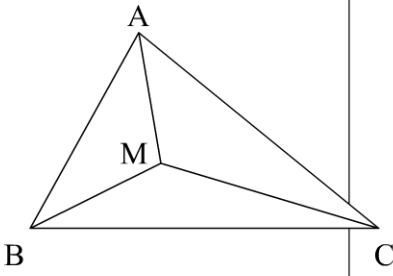
$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a} = \frac{a+b+c}{a+b+c} = \frac{2007}{2007} = 1.$	0,50
$\frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b. \text{ Tương tự } b = c$	0,50
$\Rightarrow a = b = c = \frac{2007}{3} = 669$	0,25
$\frac{a+b}{a-b} \neq 1 \Rightarrow b \neq 0; \frac{c+d}{c-d} \neq 1 \Rightarrow d \neq 0$	0,25

$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \Rightarrow (a+b)(c-d) = (a-b)(c+d)$	0,25
$\Rightarrow 2bc = 2ad$	0,50
$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ (Do } b, d \neq 0)$	0,25

**Câu 3: (2.5 điểm)**

<p><math>\Delta ABE</math> và <math>\Delta ADC</math> có:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>AD = AB</math> (<math>\Delta ADB</math> đều)</li> <li>- <math>AE = AC</math> (<math>\Delta AEC</math> đều).</li> <li>- <math>\angle BAE = \angle DAC</math> (<math>= 60^\circ + \angle BAC</math>)</li> </ul> <p><math>\Rightarrow \Delta ABE</math> và <math>\Delta ADC</math></p> <p><math>\Rightarrow \angle ACM = \angle AEM</math></p> <p><math>\angle BMC = \angle MCE + \angle CEM</math></p> <p><math>= \angle MCA + \angle ACE + \angle CEM</math></p> <p><math>= \angle AEM + \angle ACE + \angle CEM</math></p> <p><math>= \angle AEC + \angle ACE</math></p> <p><math>= 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ</math>.</p>	
(Mỗi ý cho 0,25 điểm)	

**Câu 4: (2.0 điểm)**

<p>- Tam giác <math>MBC</math> có:</p> <p><math>MB + MC &gt; BC</math></p> <p>- Tương tự :</p> <p><math>MC + MA &gt; AC</math></p> <p><math>MA + MB &gt; AB</math></p> <p><math>\Rightarrow 2MA + 2MB + 2MC &gt; AB + AC + BC</math></p> <p><math>\Rightarrow 2(MA + MB + MC) &gt; AB + AC + BC</math></p> <p>- Gọi <math>G</math> là trọng tâm của tam giác. Áp dụng câu a ta có: <math>2(GA + GB + GC) &gt; AB + AC + BC</math></p> <p>- Có <math>GA = \frac{2}{3}AN</math>; <math>GB = \frac{2}{3}BP</math>, <math>GC = \frac{2}{3}CQ</math></p> <p>- Thay vào trên được :</p> <p><math>2\left(\frac{2}{3}AN + \frac{2}{3}BP + \frac{2}{3}CQ\right) &gt; AB + AC + BC</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{4}{3}(AN + BP + CQ) &gt; AB + AC + BC</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	
---	---	--