ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC MÔN TOÁN KHỐI D

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số y = x - 2/ x +1 (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số (1).
2. Tìm các giá trị của tham số *m* để đường thẳng (d) : y = -2x + m cắt đồ thị (*C*) tại hai điểm *A*, *B* phân biệt có độ dài AB = √ 30.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: sin2x - cos2x - √2sinx = 0.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\sin 2x - \cos 2x - \sqrt{2}\sin x = 0$

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(y-3) - 9y = 1 \\ (x-1)^2 y^2 + 2y = -1 \end{cases}$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^1 (x-5).\ln(2x+1).dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *B*, *AB* = *a*, *BC* = 2*a*; cạnh bên *SA* vuông góc với mặt đáy. Biết rằng số đo của góc giữa hai mặt phẳng (*SBC*) và (*ABC*) bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp *S.ABC* và khoảng cách từ trọng tâm *G* của tam giác *SAB* đến mặt phẳng (*SAC*).

Câu 6 (1,0 điểm). Cho *a*, *b*, *c* là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ca \le 3abc$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{1}{2a^3 + b^3 + 6} + \dfrac{1}{2b^3 + c^3 + 6} + \dfrac{1}{2c^3 + a^3 + 6}$.

II. PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*). *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có đường thẳng d_1: $2x + y - 1 = 0$, d_2: $x - y + 3 = 0$ lần lượt là đường trung tuyến kẻ từ đỉnh *B* và đường cao kẻ từ đỉnh C của tam giác. *M*(1;2) là trung điểm cạnh *BC*. Tìm tọa độ đỉnh *A*.

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm *A*(1;2;–3), *B*(3;0;1) và *C*(–2;1;2). Tìm tọa độ trực tâm *H* của tam giác *ABC*

Câu 9.a (1,0 điểm). Cho *n* là số nguyên dương thỏa mãn . Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển nhị thức Niu-tơn của với *x* > 0.

Câu 9.a (1,0 điểm). Cho *n* là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 - 3.A_n^1 + C_n^2 = 73$. Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}})^n$ với $x > 0$.

ĐÁP ÁN

CÂU	NỘI DUNG
1	Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ (1)

1 Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1). (1,00 điểm)

- TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$
- Giới hạn và tiệm cận:

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=1;\ \lim_{x\to -1^+} y=-\infty;\ \lim_{x\to -1^-} y=+\infty$$

$\Rightarrow$ (C) nhận đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

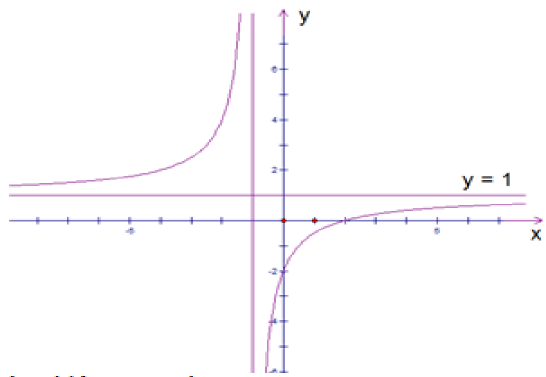
- Sự biến thiên: $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	$1 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 1$

- Hàm số không có cực trị.
- Đồ thị:



Nhận xét: (1) không có nghiệm $x=-1$.

(C) cắt d tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Leftrightarrow \Delta_{(1)}>0 \Leftrightarrow m^2+2m+25>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Gọi $A(x_1;-2x_1+m)$ và $B(x_2;-2x_2+m)$ là các giao điểm của (C) và d

với $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{m-3}{2} \\ x_1x_2=-\dfrac{2+m}{2}\end{cases}$. Khi đó $AB=\sqrt{5(x_1-x_2)^2}=\sqrt{5[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$

$$AB=\sqrt{5[(\frac{m-3}{2})^2+4\frac{2+m}{2}]}=\sqrt{5.\frac{m^2+2m+25}{4}}$$

$$AB=\sqrt{30}\Leftrightarrow\sqrt{5.\frac{m^2+2m+25}{4}}=\sqrt{30}\Leftrightarrow m^2+2m+1=0\Leftrightarrow m=-1$$

CÂU	NỘI DUNG
2	Giải phương trình: $\sin 2x-\cos 2x-\sqrt{2}\sin x=0$ (*)

$(*)\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin x \Leftrightarrow \sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin x$

		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\frac{\pi}{4}=x+k2\pi \\ 2x-\frac{\pi}{4}=\pi-x+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k2\pi}{3} \end{array}\right. (k\in \mathbb{Z})$
3	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(y-3)-9y=1 \\ (x-1)^2y^2+2y=-1 \end{cases}$	
		Trường hợp 1: Xét y = 0, hệ đã cho trở thành $\begin{cases} -3x=1 \\ 0=-1 \end{cases}$ vô lý Trường hợp 2: Xét y ≠ 0, HPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x(1-\frac{3}{y})-9=\frac{1}{y} \\ (x-1)^2+\frac{2}{y}=-\frac{1}{y^2} \end{cases}$
		Đặt $t=-\frac{1}{y}$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+t+3xt=9 \\ x^2+t^2-2(x+t)=-1 \end{cases}$
		Đặt $\begin{cases} S=x+t \\ P=xt \end{cases} (S^2\geq 4P)$, ta có hệ phương trình; $\begin{cases} S+3P=9 \\ S^2-2S-2P=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S+3P=9 \\ 3S^2-4S-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} S=-\frac{5}{3} \\ P=\frac{32}{9} \end{cases}$ (loại)
		$\begin{cases} S=3 \\ P=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+t=3 \\ xt=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ t=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ t=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$
		Hệ phương trình có hai nghiệm: $(1;-\frac{1}{2});(2;-1)$
4	Tính tích phân: $I=\int_0^1 (x-5).\ln(2x+1).dx$	
		$I=\int_0^1 (x-5).\ln(2x+1).dx=\int_0^1 \ln(2x+1).d(\frac{x^2}{2}-5x)=(\frac{x^2}{2}-5x).\ln(2x+1)\Big\|_0^1-\int_0^1 \frac{x^2-10x}{2x+1}dx$

		$I=-\frac{9}{2}\ln 3-\int_0^1\left[\frac{x}{2}-\frac{21}{4}+\frac{21}{4(2x+1)}\right]dx=-\frac{9}{2}\ln 3-\left[\frac{x^2}{4}-\frac{21}{4}x+\frac{21}{8}\ln\|2x+1\|\right]\Big\|_0^1$ $=-\frac{9}{2}\ln 3-(-5+\frac{21}{8}\ln 3)=5-\frac{57}{8}\ln 3$
5	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$; cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết rằng số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC).	

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \\ SA \cap AB = \{A\} \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Khi đó: $\angle((SBC),(ABC)) = \angle(SB, AB) = \angle SBA = 60^0$

Suy ra $SA = AB\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

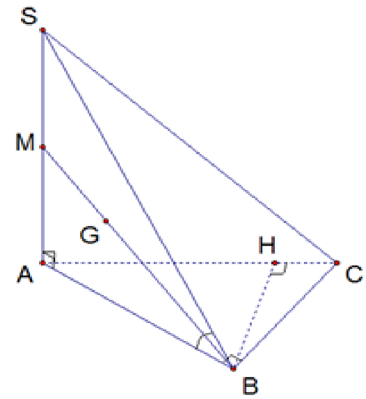
Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.BC.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Tính d(B;(SAC)):

Kẻ BH⊥AC ⇒ BH⊥(SAC) ⇒ d(B;(SAC)) = BH.

Trong ΔABC vuông tại B: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{5}{4a^2}$

$\Rightarrow$ d(B;(SAC)) = BH = $\frac{2a}{\sqrt{5}}$



Ta có $d(G;(SAC)) = \frac{1}{3}d(B;(SAC)) = \frac{2a}{3\sqrt{5}}$

6

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ca \le 3abc$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{2a^3+b^3+6} + \frac{1}{2b^3+c^3+6} + \frac{1}{2c^3+a^3+6}$

Ta có: $a^3+1+1 \ge 3a \Leftrightarrow 2a^3+4 \ge 6a$

$b^3+1+1 \ge 3b$

nên $2a^3+b^3+6 \ge 6a+3b \Leftrightarrow \frac{1}{2a^3+b^3+6} \le \frac{1}{3(2a+b)}$.

Tương tự $\frac{1}{2b^3+c^3+6} \le \frac{1}{3(2b+c)}$; $\frac{1}{2c^3+a^3+6} \le \frac{1}{3(2c+a)}$

$\Rightarrow P \le \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2a+b} + \frac{1}{2b+c} + \frac{1}{2c+a}\right]$ (1)

Hơn nữa từ bất đẳng thức:

$(x+y+z)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}) \ge 9; \forall x,y,z>0 \Leftrightarrow \frac{1}{x+y+z} \le \frac{1}{9}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}); \forall x,y,z>0$ ta có

Suy ra $P \le \frac{1}{3}$, dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1 \Rightarrow \max P = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a=b=c=1$

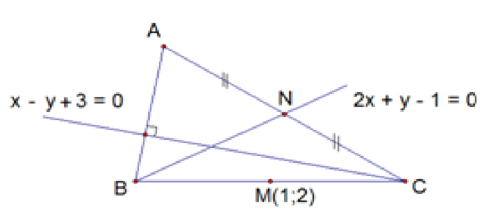
7.a

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có d_1: $2x + y - 1 = 0$, d_2: $x - y + 3 = 0$ lần lượt là đường trung tuyến kẻ từ đỉnh B và đường cao kẻ từ đỉnh C của tam giác. $M(1;2)$ là trung điểm cạnh BC. Tìm tọa độ đỉnh A.

- Gọi B(b;1 − 2b) ∈ d_1, C(c;c + 3) ∈ d_2.
- Do M(1;2) là trung điểm của BC nên:

$\begin{cases} b+c=2 \\ 1-2b+c+3=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=2 \\ -2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{2}{3} \\ c=\frac{4}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} B(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}) \\ C(\frac{4}{3};\frac{13}{3}) \end{cases}$



	Đường thẳng AB: qua B và vuông góc với đường thẳng $d_2 \Rightarrow AB: 3x + 3y - 1 = 0$ Gọi $A(a;\frac{1-3a}{3}) \in AB \Rightarrow N(\frac{3a+4}{6};\frac{14-3a}{6})$ là trung điểm của AC. Vì $N \in d_1 \Rightarrow \frac{3a+4}{3}+\frac{14-3a}{6}-1=0 \Leftrightarrow a=-\frac{16}{3}$ Vậy $A(-\frac{16}{3};\frac{17}{3})$
8.a	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-3)$, $B(3;0;1)$ và $C(-2;1;2)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.
	Gọi $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Khi đó: $\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \\ A,B,C,H \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \\ [\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AH}=0 \end{cases}$ (I) Biến đổi (I) ta được $\begin{cases} 5a-b-c=6 \\ 3a+b-5c=4 \\ 3a+11b+4c=13 \end{cases}$ (II) Giải hệ (II) ta được $a=\frac{101}{73};b=\frac{54}{73};c=\frac{13}{73} \Rightarrow H(\frac{101}{73};\frac{54}{73};\frac{13}{73})$
9.a	Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 - 3.A_n^1 + C_n^2 = 73$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-\frac{3}{\sqrt[3]{x}})^n$ với $x>0$

	Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức Niu-tơn $(2x-\frac{3}{\sqrt[3]{x}})^{16}$ là: $T_{k+1}=C_{16}^{k}2^{16-k}.(-3)^{k}.x^{\frac{48-4k}{3}}$ với $\begin{cases}k\in\mathbb{N}\\0\le k\le 16\end{cases}$
	Số hạng không chứa x ứng với k = 12 $\Rightarrow T_{13}=C_{16}^{12}2^{4}.3^{12}$

4

7.b	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) qua $M(1;\frac{\sqrt{3}}{2})$ và tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.
	Gọi phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>b>0)$. Do (E) qua $M(1;\frac{\sqrt{3}}{2})\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1\ (1)$
	Hơn nữa, tiêu điểm F_1 nhìn trục nhỏ B_1B_2 dưới một góc 60^0 nên $\Delta F_1B_1B_2$ đều $\Rightarrow OF_1=\frac{B_1B_2\sqrt{3}}{2}\Rightarrow c=b\sqrt{3}\ (2)$
	Do $a^2=b^2+c^2\Rightarrow a^2=4b^2\ (3)$
	Thay (3) vào (1) $\Rightarrow b=1\Rightarrow a=2\Rightarrow (E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$
8.b	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B(3;0;1)$ và $C(-2;1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mp(Oxy) sao cho $2MA^2+3MB^2+MC^2$ nhỏ nhất.
	Gọi I là điểm xác định bởi $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Tìm được $I(\frac{3}{2};\frac{5}{6};-\frac{1}{6})$
	$2MA^2+3MB^2+MC^2=2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2$ $=2(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM})^2+3(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM})^2+(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM})^2$ $=2IA^2+3IB^2+IC^2+6IM^2$
	Do $2IA^2+3IB^2+IC^2$ = hằng số nên $2MA^2+3MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi IM nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I trên mp(Oxy).
	Vậy $I(\frac{3}{2};\frac{5}{6};0)$
9.b	Giải bất phương trình $25^{x^2+5x}-3.5^{x^2+5x}.2^{x+3}-2^{2x+8}\ge 0\ (*)$
	TXĐ: $\mathbb{R}$ $(*)\Leftrightarrow \frac{25^{x^2+5x}}{4^{x+3}}-3.\frac{5^{x^2+5x}}{2^{x+3}}-4\ge 0$
	Đặt $t=\frac{5^{x^2+5x}}{2^{x+3}}>0$, ta có bất phương trình $t^2-3t-4\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t\le -1\\t\ge 4\end{array}\right.$ So sánh điều kiện ta có $t\ge 4$
	Khi đó $\frac{5^{x^2+5x}}{2^{x+3}}\ge 4\Leftrightarrow 5^{x^2+5x}\ge 2^{x+5}\Leftrightarrow (x+5)(x-\log_5 2)\ge 0\ (**)$
	Giải (**) được tập nghiệm $S=(-\infty;-5]\cup[\log_5 2;+\infty)$