

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HKII

MÔN TOÁN LỚP 10

A. ĐẠI SỐ

- 1) Chứng minh bất đẳng thức (áp dụng bất Cauchy, hằng đẳng thức, tìm GTLN, GTNN)
- 2) Giải bất phương trình bậc nhất, bậc 2. Giải bất phương trình chứa căn
- 3) Giải bất phương trình có ẩn ở mẫu. Giải hệ bất phương trình
- 4) Cho phương trình bậc hai chứa tham số m , tìm m để pt có nghiệm (a là hằng số), có 2 nghiệm trái dấu, có 2 nghiệm phân biệt
- 5) Tìm các giá trị lượng giác của góc
- 6) Rút gọn biểu thức lượng giác
- 7) Chứng minh đẳng thức lượng giác

B. HÌNH HỌC

- 1) Hệ thức lượng trong tam giác
- 2) Viết phương trình tham số, phương trình tổng quát của đường thẳng
- 3) Xét vị trí tương đối của 2 đường thẳng, tính góc giữa 2 đường thẳng, tính khoảng cách từ 1 điểm đến 1 đường thẳng
- 4) Viết phương trình đường tròn

Bài tập tham khảo

1. BẤT ĐẲNG THỨC

Bài 1: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

1. $a^2 + 1 > a \forall a$ 2. $(a + b)^2 \geq 4ab \forall a, b$
3. $b^2 + 2a^2 + 2ab + a + 1 > 0 \forall a, b$ 4(NC). $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3 \forall a, b$
- 5(NC). $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b \forall a, b$ 6. $\leq \forall a$

Bài 2: Chứng minh các bất đẳng thức sau.

Áp dụng bất đẳng thức cauchy $\sqrt{a+b} \geq 2\sqrt{ab} \quad \forall a, b \geq 0$

1. $ab + \geq 2 (b, a, c > 0)$; 2. $(a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 16abc \quad \forall a, b, c \geq 0$
3. $\left(a^2 + \frac{b}{a}\right)\left(b^2 + \frac{a}{b}\right) \geq 4ab \quad \forall a, b > 0$ 4. $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc \quad \forall a, b, c \geq 0$
5. $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)() \geq 8 \quad \forall a, b, c > 0$ 6. $(a + b)(1 + ab) \geq 4ab \quad \forall a, b \geq 0$
7. $(a+b)\left(1 + \frac{1}{ab}\right) \geq 4 \quad \forall a, b > 0$; 8. $\left(a + \frac{b}{a}\right)\left(b + \frac{a}{b}\right) \geq 4\sqrt{ab} \quad \forall a, b > 0$
9. Với $a, b, c > 0$: CM: $\left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right) \geq 8$. 10. $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 4 \quad \forall a, b > 0$
- 11(NC). $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (a > 0, b > 0)$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số :

- a. $y = \frac{x}{2} + \frac{18}{4x}$ (với $x > 0$). b. $y = 4x^2 + \frac{9}{x^2}$ Với $x > 0$
- c. $y = 2x - 1 + \frac{1}{2x - 1}$ với $x > -1/2$ d. $y = x +$ với $x > 1$
- e. $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ với $x > 0$. f. $y = \frac{x}{3} + \frac{27}{x}$ (với $x > 0$).

g. $y = 4x + \frac{9}{x}$ với $x > 0$ h. $y = 2x+1 + \frac{1}{2x+1}$ với $x > -1/2$

k. $y = x + \frac{4}{x-3}$ với $x > 3$ l. $y = \frac{x+4}{x} + \frac{4x}{x+4}$ với $x > 0$.

Bài 4: Tìm giá trị lớn nhất của các hàm số sau:

a. $y = x(2 - x)$ $0 \leq x \leq 2$ b. $y = (2x - 3)(5 - 2x)$ $x \leq$

c. $y = (3x - 2)(1 - x)$ $x \leq 1$ d. $y = 2x(2 - 2x)$ $0 \leq x \leq 1$ e. $y = (3x - 3)(6 - 3x)$ $1 \leq x \leq 2$ f. $y = 3x(1 - x)$ $0 \leq x \leq 1$ g. $y = x(3-2x)$ $0 \leq x \leq 3/2$

2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1 Bất phương trình

a. $2x^2 - 5x + 2 < 0$ b. $16x^2 + 40x + 25 > 0$

c. $x^2 - x - 6 \leq 0$ d. $3x^2 - 4x + 4 \geq 0$

e. $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5) \leq 0$ f. $(3x^2 - 4x)(2x^2 - x - 1) > 0$

g. $\frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7} > 0$ h. $\frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - 2x - 3} > 2$

i. $\frac{5x^2 + 3x - 8}{x^2 - 7x + 6} \leq 5$ j. $\sqrt{x^2 + x - 12} < 8 - x$

k. $\sqrt{x^2 - x - 12} < 7 - x$ l. $\sqrt{-x^2 - 4x + 21} < x + 3$

Bài 2. Hệ bất phương trình

a) $\begin{cases} 2x^2 + 9x + 7 > 0 \\ x^2 + x - 6 < 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x^2 + x - 6 > 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 \geq 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2x^2 - 5x + 4 < 0 \\ -x^2 - 3x + 10 > 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -x^2 + 4x - 7 < 0 \\ x^2 - 2x - 1 \geq 0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x^2 + x + 5 < 0 \\ x^2 - 6x + 1 > 0 \end{cases}$

Bài 3 Tìm m để các phương trình sau có 2 nghiệm trái dấu

- a) $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ b) $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0$
 c) $(1-m)x^2 - 2(m+3)x + m + 2 = 0$ d) $(1+m)x^2 - 2mx + 2m = 0$
 e) $(m-2)x^2 - 4mx + 2m - 6 = 0$ f) $(-m^2 + 2m - 3)x^2 + 2(2-3m)x - 3 = 0$

Bài 4 Tìm m để các bất phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt:

- a) $2x^2 + 2(m-2)x + m + 2 = 0$ b) $x^2 + (m+1)x + 2m + 7 = 0$

Bài 5 Tìm m để các bất phương trình sau có nghiệm :

- a) $2x^2 + (m-2)x - m + 3 = 0$ b) $5x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0$
 c) $x^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$

3. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC – CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Bài 1. Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

Bài 2. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

Bài 3. Cho biết $\tan b = 3$ và $0 < b < \frac{\pi}{2}$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α .

Bài 4: Cho $\sin \alpha = \frac{-12}{13} \left(\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \right)$ Tính $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$.

Bài 5: Tính các giá trị lượng giác của góc α nếu

- 1) $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$; 2) $\cos \alpha = \frac{4}{5} \left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \right)$; 3) $\tan \alpha = \frac{5}{18} \left(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \right)$.

Bài 6. Tính các giá trị lượng giác còn lại:

a. Cho $\sin x = \frac{1}{4}$ & $90^\circ < x < 180^\circ$

b. Cho $\cos x = \frac{1}{3}$ & $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

c. Cho $\tan x = 2$ & $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

d. Cho $\cot x = -\frac{1}{3}$ & $-\frac{\pi}{2} < x < 0$

Bài 7. Cho biết $\tan \alpha = \frac{3}{2}$, tính giá trị các biểu thức:

a) $P = \frac{2\sin \alpha + 5\cos \alpha}{2\cos \alpha - \sin \alpha}$ b) $Q = 3\sin^2 \alpha + 5\cos^2 \alpha + \cot \alpha$

Bài 8. Cho $\tan x = \frac{3}{5}$, tính giá trị các biểu thức sau :

1) $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$; 2) $B = \frac{3\sin^2 x + 12\sin x \cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x}$; 3) $C = \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$.

Bài 9 a. Cho $\sin x = 2/3$. Tính $A = \frac{\cot x - \tan x}{\cot x + \tan x}$

b. Cho $\tan x = 3$. Tính $B = \frac{\sin x + \cos x}{2\sin x + \cos x}$ & $C = \frac{4\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x + 3\cos x}$

c. Cho $\cot x = -3$. Tính $D = \frac{\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 2\cos^2 x}{2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x}$

Bài 10. Tính giá trị các biểu thức:

a) $A = \sin 15^\circ + \cos 75^\circ$ b) $B = \cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12}$ c) $D = \cos \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{5\pi}{12}$

d) $C = 8\sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{24} \cos \frac{\pi}{12}$ e) $E = \cos \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \sin \frac{\pi}{16}$

Bài 11. Chứng minh các đẳng thức :

$$1) (1 + \cot x)\sin^3 x + (1 + \tan x)\cos^3 x = \sin x + \cos x ; 2) \frac{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1}{\cot^2 x} - \sin^2 x$$

$$3) \frac{\sin^2 x - \tan^2 x}{\cos^2 x - \cot^2 x} = \tan^6 x ; 4) \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\cot x - \sin x \cos x} = 2 \tan^2 x$$

$$5) \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x = \frac{1}{\cos x} \quad 6) \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x}$$

$$7) \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} - \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{4 \cot x}{\sin x} \quad 8) \frac{\sin^2 x}{\sin x - \cos x} - \frac{\sin x + \cos x}{\tan^2 x - 1} - \sin x + \cos x$$

Bài 12. Rút gọn các biểu thức :

$$1) A = (1 + \cot x)\sin^3 x + (1 + \tan x)\cos^3 x ; 2) B = \frac{\sin^2 x + 2\cos^2 x - 1}{\cot^2 x} ;$$

$$3) C = \frac{\sin^2 x - \tan^2 x}{\cos^2 x - \cot^2 x} ; 4) C = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$$

$$5) B = \sqrt{\sin^2 x(1 + \cot x) + \cos^2 x(1 + \tan x)} \quad 6) A = (1 + \sin x)\tan^2 x(1 - \sin x)$$

$$7) D = (1 - \sin^2 x)\cot^2 x + 1 - \cot^2 x \quad 8) E = \frac{1 + \cos x}{\sin x} \left(1 - \frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^2 x} \right)$$

4. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Bài 1: Cho tam giác ABC có $\angle A = 60^\circ$, AB = 4, AC = 5.

a. Tính độ dài cạnh BC từ đó tính độ dài trung tuyến BM.

b. Tính độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp.

c. Tính diện tích tam giác ABC từ đó tính độ dài đường cao BH và bán kính đường tròn nội tiếp.

Bài 2: Cho tam giác ABC có $\angle B = 30^\circ, \angle C = 45^\circ$, BC = 6.

- a. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và hai cạnh còn lại.
- b. Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

Bài 3: cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$, $BC = 2\sqrt{7}$.

- a. Tính diện tích tam giác ABC, trung tuyến AM, số đo góc B.
- b. Tính độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và đường cao CH của tam giác ABC.

Bài 4: cho tam giác ABC có $AC = 4$, $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle C = 60^\circ$.

Tính độ dài cạnh AB, bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC.

Bài 5: Cho tam giác ABC, biết

- 1) $a=5$; $b = 6$; $c = 7$. Tính S , h_a , h_b , h_c . R , r
- 2) $a= 2\sqrt{3}$; $b= 2\sqrt{2}$; $c= \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Tính 3 góc A, B, C .
- 3) $b=8$; $c=5$; góc $A = 60^\circ$. Tính S , R , r , h_a , m_a
- 4) $a=21$; $b= 17$; $c = 10$. Tính S , R , r , h_a , m_a

5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1: Viết phương trình tham số, phương trình tổng quát của đường thẳng Δ trong các trường hợp sau:

- a) Δ đi qua hai điểm $A(1 ; 2)$ và $B(4 ; 7)$
- b) Δ đi qua điểm $M(2 ; - 3)$ và có hệ số góc $k = \frac{1}{3}$
- c) Δ cắt Ox và Oy lần lượt tại $A(2 ; 0)$ và $B(0 ; 5)$
- d) Δ là đường trung trực cạnh AB, với $A(-2 ; 3)$, $B(0 ; 5)$
- e) Δ qua $M(1; -3)$ và song song với đường thẳng d: $2x - y + 4 = 0$
- f) Δ qua $A(-4; 2)$ và vuông góc với đường thẳng d: $3x - 2y + 1 = 0$

Bài 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

- a) (C) có tâm $I(-2; 5)$ và đi qua điểm $M(1; 1)$

b) (C) có tâm $I(1; -2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $4x - 3y + 5 = 0$

Bài 3: Cho ΔABC có $A(-1;-2)$ $B(3;-1)$ $C(0;3)$

a) Lập pt tổng quát và pt tham số của đường cao CH, cạnh BC.

b) Lập pt tổng quát và pt tham số của đường trung tuyến AM

c) Tính độ dài đường cao AK của tam giác ABC

d) Viết phương trình đường tròn đường kính AB.

Bài 4: (NC) Cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;-4)$ và 2 đường cao BH: $7x-2y-1=0$, CH: $2x-7y-6=0$.
Viết phương trình 3 cạnh của tam giác ABC

Bài 5: (NC) Cho (d) $x-2y+5=0$

a) Xác định tọa độ H là hình chiếu của $M(2;1)$ trên (d)

b) Xác định tọa độ điểm N đối xứng với M qua (d)

Bài 6 (NC): Cho tam giác ABC, biết BC: $x-y+2=0$, hai đường cao BH: $2x-7y-6=0$, CH: $7x-2y-1=0$.
Viết phương trình 2 cạnh còn lại và đường cao thứ ba

Bài 7: Xét vị trí tương đối các cặp đường thẳng sau và tìm tọa độ giao điểm, nếu có:

a) d: $x+y-2=0$ và d': $2x+y-3=0$;

b) $d: \begin{cases} x = -1 - 5t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -6 + 5t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$

c) $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ và $d': 2x + 4y - 10 = 0$

Bài 8 (NC): Định m để 2 đường thẳng sau vuông góc với nhau:

$d_1: (m-1)x + 2my + 2 = 0$, $d_2: 2mx + (m-1)y + 1 = 0$

Bài 9: Tính góc giữa hai đường thẳng

a. $\Delta_1: 2x-y+5=0$ và $\Delta_2: 3x+y-6=0$

b $\Delta_1: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 3t \\ y = \frac{1}{3} - 2t \end{cases}$

Bài 10: Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d, biết:

a) $M(3;2)$, $\Delta: 12x-5y-13=0$

b) $M(2;-3)$, $\Delta : x= 1-2t$ và $y =5+t$.