

ĐỀ SỐ 4

Thời gian làm bài: 180 phút

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7 điểm)

Câu I (2 điểm)

Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ (1).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\cos 2x + 5 = 2(2 - \cos x)(\sin x - \cos x)$
2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 3x(y-1) + y^2 + y(x-3) = 4 \\ x - xy - 2y = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu III (2 điểm)

1. Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{x + (x-2)\ln x}{x(1+\ln x)} dx$
2. Cho ba số thực dương a, b, c thay đổi thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+a+b} + \frac{1}{1+b+c} + \frac{1}{1+c+a} \leq \frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b} + \frac{1}{2+c}$$

Câu IV (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2\sqrt{3}a, BD = 2a$, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

II. PHẦN RIÊNG (3 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu V.a (3 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; -4)$. Phương trình đường trung trực cạnh BC , đường trung tuyến xuất phát từ C lần lượt là $x + y - 1 = 0$ và $3x - y - 9 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C của tam giác ABC .

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

Viết phương trình mp(P) song song với d_1 và d_2 , sao cho khoảng cách từ d_1 đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ d_2 đến (P).

3. Giải phương trình:

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu V.b (3 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm $M(5, 1)$ biết (C') cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

2. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng: $(d_1): \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. Chứng minh rằng (d_1)

và (d_2) chéo nhau. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính nhỏ nhất tiếp xúc với hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

3. Giải phương trình: $(3^x - 2) \log_3 \frac{x-1}{3} = 4 - \frac{2}{3} \cdot 9^{\frac{x+1}{2}}$

----- Hết -----