SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH KIÊN GIANG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)
*Ngày thi : **01/3/2013***

Câu 1 : (4 điểm)

a) Tìm m để hàm số $y = (m^2 - 2m)x + m^2 - 1$ nghịch biến và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = 5x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2xy - z - 1$

c) Cho $x + y = -5$ và $x^2 + y^2 = 11$. Tính $x^3 + y^3$

Câu 2 : (4 điểm)

a) Rút gọn : $A = \dfrac{x^2 + 5x + 6 + x\sqrt{9 - x^2}}{3x - x^2 + (x+2)\sqrt{9 - x^2}} : 2.\sqrt{1 + \dfrac{2x}{3 - x}}$

b) Cho a, b, c thỏa mãn : $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{a+b+c}$

Tính giá trị biểu thức $Q = (a^{27} + b^{27})(b^{41} + c^{41})(c^{2013} + a^{2013})$

Câu 3 : (4 điểm)

a) Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+10} + \sqrt[3]{17 - x} = 3$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{2x-3}{y+5}} + \sqrt{\dfrac{y+5}{2x-3}} = 2 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$ (với $x > \dfrac{3}{2}, y > -5$)

Câu 4 : (4 điểm)

Cho hình thang ABCD có đáy lớn là CD. Qua A vẽ AK//BC ($K \in CD$) và qua B kẻ BI//AD ($I \in CD$); BI cắt AC tại F, AK cắt BD tại E.

a) Chứng minh : KD = CI và EF//AB.

b) Chứng minh $AB^2 = CD.EF$.

Câu 5 : (4 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp trong đường tròn (O;R). M là một điểm di động trên cung BC của đường tròn đó.

a) Chứng minh : MB + MC = MA.

b) Xác định vị trí của điểm M để tổng MA + MB + MC đạt giá trị lớn nhất.

c) Gọi H, K, Q lần lượt là hình chiếu của M trên AB, BC, AC; đặt diện tích tam giác ABC là S và diện tích tam giác MBC là S'. CMR : $MH + MK + MQ = \dfrac{2\sqrt{3}(S + 2S')}{3R}$ khi M di động trên cung BC.

---Hết---

Ghi chú:

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm*

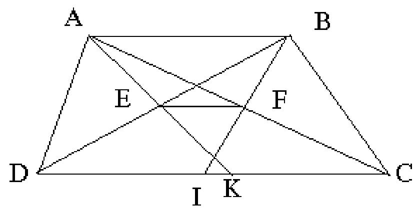
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH KIÊN GIANG

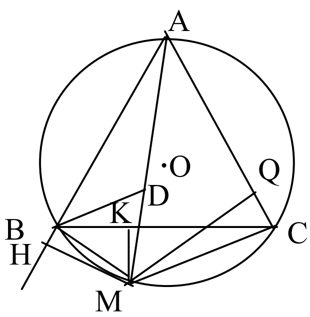
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 9

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1,25đ)	- Hàm số $y = (m^2 - 2m)x + m^2 - 1$ nghịch biến $\Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow m(m - 2) < 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m > 0\\ m - 2 < 0\end{cases}\\ \begin{cases}m < 0\\ m - 2 > 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m > 0\\ m < 2\end{cases}\\ \begin{cases}m < 0\\ m > 2\end{cases}(loai)\end{array}\right. \Leftrightarrow 0 < m < 2 \ (1)$ - Cắt trục tung : $m^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow m \in \varnothing$	0,25 0,25 0,25 0,5
Câu 1b (1,5đ)	**Tìm giá trị nhỏ nhất của :** $\mathbf{M = 5x^2 + y^2 + z^2 - z - 4x - 2xy - 1}$ $M = x^2 - 2xy + y^2 + 4x^2 - 4x + 1 + z^2 - z + \frac{1}{4} - \frac{9}{4}$ $= (x - y)^2 + (2x - 1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}$ Giá trị nhỏ nhất của $M = -\frac{9}{4}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x - y = 0\\ 2x - 1 = 0\\ z - \frac{1}{2} = 0\end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{2}$	0,25 0,5 0,25 0,5
Câu 1c (1,25đ)	**Cho $x + y = -5$ và $x^2 + y^2 = 11$. Tính $x^3 + y^3$** Ta có : $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) = -5(11 - xy)$ (1) Mà $x + y = -5 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 25$ $\Rightarrow 11 + 2xy = 25 \Rightarrow xy = 7$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow x^3 + y^3 = -5(11 - 7) = -20$	0,25 0,5 0,5

Câu 2a (2,0đ)	Rút gọn : A = $\dfrac{x^2+5x+6+x\sqrt{9-x^2}}{3x-x^2+(x+2)\sqrt{9-x^2}}:2.\sqrt{1+\dfrac{2x}{3-x}}$ ĐK : -3 < x < 3 $A=\dfrac{(x+3)(x+2)+x\sqrt{3+x}.\sqrt{3-x}}{x(3-x)+(x+2)\sqrt{3+x}.\sqrt{3-x}}:2\sqrt{\dfrac{3-x}{3-x}+\dfrac{2x}{3-x}}$ $=\dfrac{\sqrt{3+x}\left[(x+2)\sqrt{3+x}+x\sqrt{3-x}\right]}{\sqrt{3-x}\left[x\sqrt{3-x}+(x+2)\sqrt{3+x}.\right]}:2\sqrt{\dfrac{3+x}{3-x}}$ $=\dfrac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}:2\sqrt{\dfrac{3+x}{3-x}}$ $=\dfrac{1}{2}$	0,25 0,5 0,5 0,5 0,25
Câu 2b (2,0đ)	**Cho a, b c thỏa mãn :** $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c}$ **Tính giá trị biểu thức Q = $(a^{27}+b^{27})(b^{41}+c^{41})(c^{2013}+a^{2013})$** **Ta có :** $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c}\quad\Rightarrow\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a+b+c}-\dfrac{1}{c}$ $\Rightarrow\dfrac{a+b}{ab}=\dfrac{-(a+b)}{c(a+b+c)}$ $\Rightarrow$ (a+b)c(a+b+c) = -ab(a+b) $\Rightarrow$ (a+b)[c(a+b+c) +ab] = 0 $\Rightarrow$(a+b)[c(a+c)+bc +ab] = 0 $\Rightarrow$ (a+b)[c(a+c) +b(a+c)] = 0$\Rightarrow$ (a+b)(a+c)(b+c) = 0 $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a+b=0\\b+c=0\\c+a=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=-b\\b=-c\\c=-a\end{array}\right.$ - Thế vào tính được Q = 0	0,25 0,25 0,5 0,25 0,75
Câu 3a (2,0đ)	Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+10}+\sqrt[3]{17-x}=3$ $\left(\sqrt[3]{x+10}+\sqrt[3]{17-x}\right)^3=3^3$ x + 10 + 17 – x + 3. $\sqrt[3]{(x+10)(17-x)}$ .3 = 27 (x+10)(17 – x) = 0 x = -10 , x = 17	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 3b 2,0đ	Giải hệ phương trình : $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2x-3}{y+5}}+\sqrt{\dfrac{y+5}{2x-3}}=2\\3x+2y=19\end{cases}$	

	(với $x > \frac{3}{2}, y > -5$) Đặt $\sqrt{\frac{2x-3}{y+5}} = m > 0$ $\Rightarrow$ m + $\frac{1}{m} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận) $\Rightarrow \frac{2x-3}{y+5} = 1 \Leftrightarrow 2x - 3 = y + 5 \Leftrightarrow 2x - y = 8$ Giải hệ $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$	0,5 0,5 0,5 0,5
<u>Câu 4</u> (4,0đ) Câu a (1,0đ) (1,25đ) Câu b (1,25đ)	 *a)* <u>Chứng minh : KD = CI và EF//AB</u>. *– Cminh ABID, ABCK là hình bình hành* $\Rightarrow$ DI = CK (cùng bằng AB) $\Rightarrow$ DI + IK = CK + IK $\Rightarrow$ DK = CI - *C/m :* ΔAEB đồng dạng Δ KED (g.g) $\Rightarrow \frac{AE}{EK} = \frac{AB}{KD}$ Δ AFB đồng dạng Δ CFI (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AB}{CI}$ Mà KD = CI (cmtrên) $\Rightarrow \frac{AE}{EK} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow EF // KC$ (Đlí Talet đảo trong Δ AKC) b) <u>Chứng minh AB^2 = CD. EF</u>. Ta có : Δ KED đồng dạng ΔAEB (cmtrên) $\Rightarrow \frac{DK}{AB} = \frac{DE}{EB} \quad \Rightarrow \frac{DK + AB}{AB} = \frac{DE + EB}{EB}$ $\Rightarrow \frac{DK + KC}{AB} = \frac{DB}{EB}$ $\Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{DB}{EB}$ (1) Do EF//DI (theo CMT: EF//KC, I $\in$ KC)	Hình 0,5đ 0,5 0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,5 0,25

	$\Rightarrow \frac{DB}{EB} = \frac{DI}{EF} \Rightarrow \frac{DB}{EB} = \frac{AB}{EF}$ (2) (Vì DI = AB) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{AB}{EF} \Rightarrow AB^2 = DC.EF$	0,5
Câu 5 4,0đ Câu a (1,75đ) Câu b (075đ) Câu c (1,0đ)	 a) Chứng minh MC + MB = MA ? - Trên MA lấy D sao cho MD = MB $\Rightarrow \Delta MBD$ cân tại M góc BMD = góc BCA = 60^0 (cùng chắn cung AB) $\Rightarrow \Delta MBD$ đều - Xét ΔMBC và ΔDBA Ta có : MB = BD (vì ΔMBD đều) BC = AB (vì ΔABC đều) Góc MBC = góc DBA (cùng cộng góc DBC bằng $60^{0)}$ $\Rightarrow \Delta MBC = \Delta DBA$ (c-g-c) $\Rightarrow$ MC = DA Mà MB = MD (gt) $\Rightarrow$ MC + MB = MA b) Xác định vị trí của điểm M để tổng MA + MB + MC đạt giá trị lớn nhất. Ta có : MA là dây cung của (O;R) $\Rightarrow MA \le 2R$ $\Rightarrow MA + MB + MC \le 4R$ (không đổi) Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow$ MA là đường kính $\Leftrightarrow$ M là điểm chính giữa của cung BC **c) CMR : MH + MK + MQ =** $\frac{2\sqrt{3}\left(S+2S'\right)}{3R}$ Ta có $\frac{MH.AB}{2} + \frac{MK.BC}{2} + \frac{MQ.AC}{2} = S_{MAB} + S_{MBC} + S_{MAC}$ $\Rightarrow$ AB.(MH + MK + MQ) = 2 (S + 2S') Tính hoặc nói AB là cạnh tam giác đều nội tiếp (O;R)	Hình 0,5đ 0,25 0,5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	$\Rightarrow$ AB = R$\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ MH + MK + MQ = $\dfrac{2\sqrt{3}(S+2S')}{3R}$	0,25 0,25

<u>Lưu ý</u> : *Học sinh giải cách khác đúng cho trọn số điểm*