UBND TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS - NĂM HỌC 2007 - 2008

***Môn*: TOÁN**

Thời gian làm bài: *150 phút*
Đề thi gồm 01 trang

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A=\dfrac{x\sqrt{x}-4x-\sqrt{x}+4}{2x\sqrt{x}-14x+28\sqrt{x}-16}$

1. Tìm x để A có nghĩa, từ đó rút gọn biểu thức A.
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (4,0 điểm)

Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-m-6=0$ (m là tham số).

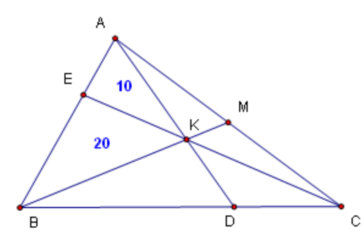
1. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{18}{7}$.
2. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho $|x_1|+|x_2|=8$

Bài 3: (3,0 điểm)

1. Cho bốn số thực bất kì a,b,c,d. Chứng minh:
$$|ab+cd|\le\sqrt{(a^2+c^2)(b^2+d^2)}$$
Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?
2. Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P=3\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha$ có giá trị lớn nhất ? Cho biết giá trị lớn nhất đó.

Bài 4: (6,0 điểm)

1. Cho đường tròn (O) và dây BC cố định không qua tâm O, điểm A di chuyển trên cung lớn BC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD = AC. Gọi M là trung điểm của CD. Hỏi M di chuyển trên đường nào ? Nêu cách dựng đường này và giới hạn của nó.
2. Trong hình bên, cho biết M là trung điểm của AC và các đường thẳng AD, BM và CE đồng qui tại K. Hai tam giác AKE và BKE có diện tích là 10 và 20. Tính diện tích tam giác ABC.



Bài 5: (3,0 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương.
2. Tính số các ô nhỏ nhất phải quét sơn trên một bảng 5×5 để cho bất kì vùng 3×3 nào đó trên bảng này cũng chứa ít nhất 4 ô đã quét sơn.

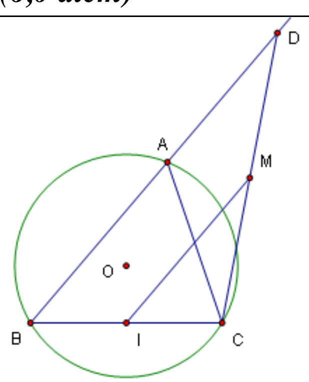
Hết

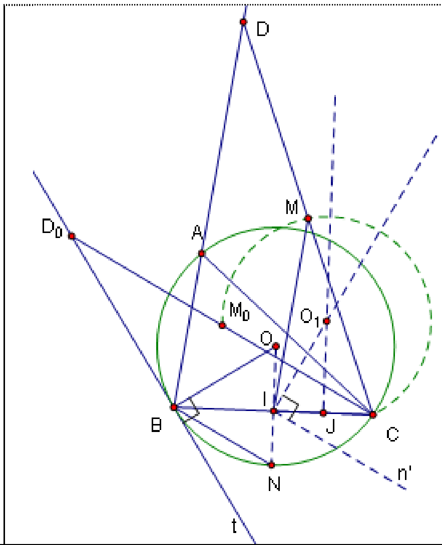
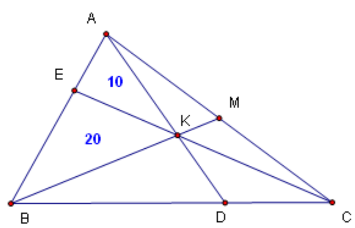
UBND TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

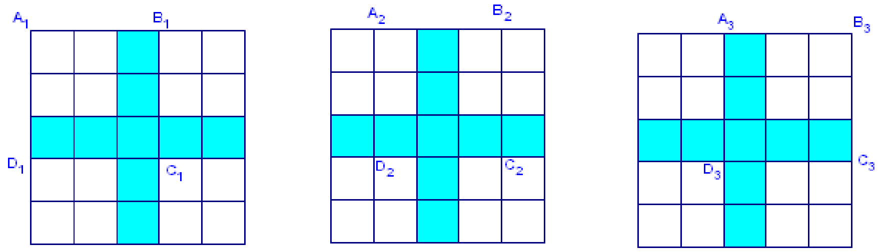
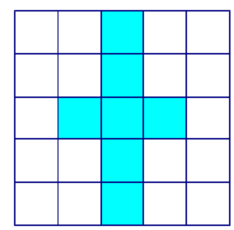
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2007 - 2008
***Môn*: TOÁN**

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM:

B□i	Câu	Nội dung	Điểm
1		***(4 điểm)***	
	1.1 (2 đ)	Để A có nghĩa, trước hết $x \ge 0$. Đặt $t=\sqrt{x}\ (x\ge 0)$ $A=\dfrac{t^3-4t^2-t+4}{2t^3-14t^2+28t-16}=\dfrac{(t^2-1)(t-4)}{2t^3-2t^2-(12t^2-28t+16)}=\dfrac{(t-1)(t+1)(t-4)}{2(t-1)(t-2)(t-4)}$	1,0
		Để biểu thức A có nghĩa thì: $t\ge 0,\ t\ne 1,\ t\ne 2,\ t\ne 4 \Leftrightarrow x\ge 0,\ x\ne 1,\ x\ne 4,\ x\ne 16$ (*)	0,5
		Khi đó, rút gọn ta được: $A=\dfrac{t+1}{2(t-2)}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-2)}$	0,5
	1.2 (2 đ)	$A=\dfrac{t+1}{2(t-2)}=\dfrac{(t-2)+3}{2(t-2)}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2(t-2)}$	0,5
		Để A là số nguyên thì x nguyên và $t-2$ phải bằng ± 1 hoặc ± 3.	0,5
		- Nếu $t-2=-1 \Leftrightarrow t=1$ (loại vì trái điều kiện (*)). - Nếu $t-2=-3 \Leftrightarrow t=-1<0$ (loại)	0,5
		- Nếu $t-2=1 \Leftrightarrow t=3 \Leftrightarrow x=9$ và $A=2$ - Nếu $t-2=3 \Leftrightarrow t=5 \Leftrightarrow x=25$ và $A=1$ Vậy: Để A nhận các giá trị nguyên thì $x=9$ và $x=25$.	0,5
2		***(4 điểm)***	
	2.1	Để phương trình $x^2-2mx+m^2-m-6=0$ có hai nghiệm thì: $\Delta'=m^2-(m^2-m-6)=m+6\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -6$ (1)	0,5
		Với điều kiện (1), $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}=\dfrac{18}{7}\Leftrightarrow \dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\dfrac{18}{7}\Leftrightarrow \dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\dfrac{18}{7}$ và $x_1x_2\ne 0$	0,5
		$\Leftrightarrow \dfrac{4m^2-2(m^2-m-6)}{m^2-m-6}=\dfrac{18}{7}\Leftrightarrow \dfrac{m^2+m+6}{m^2-m-6}=\dfrac{9}{7}\ (m\ne -2;\ m\ne 3)$	0,5
		$\Leftrightarrow m^2-8m-48=0 \Leftrightarrow m_1=-4;\ m_2=12$ (thỏa điều kiện (1) và đều khác -2 và khác 3)	0,5
	2.2	Với điều kiện (1), $\lvert x_1\rvert+\lvert x_2\rvert=8 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+2\lvert x_1x_2\rvert=64 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2\lvert x_1x_2\rvert=64$ (2)	0,5
		+ Nếu x_1 và x_2 cùng dấu thì $x_1x_2\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -6 \\ m^2-m-6=(m+2)(m-3)\ge 0 \end{cases}$	0,5
		$\Leftrightarrow -6\le m\le -2$ hoặc $m\ge 3$ (3)	0,25

		Khi đó (2) $\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2=64 \Leftrightarrow 4m^2=64 \Leftrightarrow m=\pm 4$ (thỏa điều kiện (3)).	0,25
		+ Nếu x_1 và x_2 trái dấu thì $x_1x_2<0 \Leftrightarrow m^2-m-6=(m+2)(m-3)<0 \Leftrightarrow -2<m<3$ (4) Khi đó (2) $\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=64 \Leftrightarrow 4m^2-4(m^2-m-6)=64$ $\Leftrightarrow m+6=16 \Leftrightarrow m=10$ (không thỏa điều kiện (4).	0,5
		+ Vậy, để $\lvert x_1\rvert+\lvert x_2\rvert=8$ thì $m=\pm 4$	
3		***(3,0 điểm)***	
	3.1	Ta có: $0\le \lvert ab+cd\rvert \le \sqrt{(a^2+c^2)(b^2+d^2)} \Leftrightarrow (ab+cd)^2 \le (a^2+c^2)(b^2+d^2)$ $\Leftrightarrow a^2b^2+c^2d^2+2abcd \le a^2b^2+a^2d^2+b^2c^2+c^2d^2$ $\Leftrightarrow (ad)^2+(bc)^2-2(ad)(bc)\ge 0 \Leftrightarrow (ad-bc)^2\ge 0$: đúng với 4 số thực a, b, c, d bất kì. Vậy: $0\le \lvert ab+cd\rvert \le \sqrt{(a^2+c^2)(b^2+d^2)}$, $\forall a,b,c,d\in \mathbf{R}$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $ad-bc=0$ hay $\frac{c}{a}=\frac{d}{b}(a\ne 0, b\ne 0)$	0,5 0,5 0,5
	3.2	áp dụng kết quả trên, ta có: $P=3\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha>0$ nên $P=3\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha \le \sqrt{\left(3^2+\sqrt{3}^2\right)(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}=2\sqrt{3}$ $P_{\max}=2\sqrt{3}$ khi $3\cos\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha=0 \Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{3}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow tg\alpha=\sqrt{3} \Leftrightarrow \alpha=60^0$	1,0 0,5
4		***(6,0 điểm)***	
	4.1	 + Ta có: Tam giác ACD cân tại A (gt) nên $\widehat{BAC}=2\widehat{ADC}$ (Góc BAC là góc ngoài của tam giác ACD) + Gọi I là trung điểm của BC, ta có MI //BD (đường trung bình của tam giác BCD), nên: $\widehat{IMC}=\widehat{BDC}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}=\frac{1}{4}\widehat{BOC}=\frac{\alpha}{4}$ $(\alpha=\widehat{BOC}$ không đổi). +Do đó: M chạy trên cung tròn nhìn đoạn IC dưới góc $\alpha/4$ không đổi.	0,5 0,5 1,0

		 + Dựng tia OI cắt đường tròn (O) tại N, ta có: $\widehat{NBC}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}=\widehat{BDC}=\widehat{IMC}$. + Dựng tia $In'//BN$, dựng đường thẳng qua I và vuông góc với In' cắt trung trực đoạn IC tại O_1. Đường tròn tâm O_1 và đi qua C là đường cần dựng. + Khi A chạy trên cung lớn BC tới trùng với A thì D trùng với D_0 trên tiếp tuyến Bt của (O) và BD_0 = BC, khi đó M trùng với M_0 là trung điểm của CD_0. + Vậy M chỉ di chuyển trên cung lớn CM_0 của đường tròn (O_1).	0,5 0,5 0,5 0,5
	4.2	 + Gọi h là khoảng cách từ K đến AB, ta có: $\frac{S_{\Delta AKE}}{S_{\Delta BKE}}=\frac{AE\times h/2}{BE\times h/2}=\frac{AE}{BE}\Leftrightarrow\frac{AE}{BE}=\frac{1}{2}$. + Suy ra: $\frac{S_{\Delta ACE}}{S_{\Delta BCE}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow S_{\Delta BCE}=2S_{\Delta ACE}$ (1) + Tương tự: $\frac{S_{\Delta AKM}}{S_{\Delta CKM}}=\frac{MA}{MB}=1\Leftrightarrow S_{\Delta AKM}=S_{\Delta CKM}$ Đặt $x=S_{\Delta AKM}=S_{\Delta CKM}$, ta có: $S_{ABM}=S_{CBM}\Leftrightarrow 20+10+x=x+S_{BCK}\Rightarrow S_{BCK}=30$ (1) $\Leftrightarrow 20+S_{BCK}=2(10+2x)\Leftrightarrow 10+2x=25\Leftrightarrow x=\frac{15}{2}$ Do đó: $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta AKB}+S_{\Delta BCK}+S_{\Delta AKC}=10+20+30+2x=75$	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5
5		***(3,0 điểm)***	
	5.1	Để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương $\Leftrightarrow n+18=p^2$ và $n-41=q^2$ $(p,q\in\mathbf{N})$ $\Rightarrow p^2-q^2=(n+18)-(n-41)=59\Leftrightarrow(p-q)(p+q)=59$ Nhưng 59 là số nguyên tố, nên: $\begin{cases}p-q=1\\p+q=59\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}p=30\\q=29\end{cases}$ Từ $n+18=p^2=30^2=900$ suy ra $n=882$ Thay vào $n-41$, ta được $882-41=841=29^2=q^2$. Vậy với $n=882$ thì $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương	0,5 0,5 0,5

<table>
<tr>
<td></td>
<td>5.2</td>
<td>+ Dọc theo chiều ngang sát sát cạnh trên của bảng 5×5 có 3 vùng 3×3 ở 3 vị trí $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, A_3B_3C_3D_3$. Dịch chuyển xuống theo chiều dọc một ô, ta có thêm 3 vùng 3×3. Dịch chuyển xuống theo chiều dọc một ô nữa, ta có thêm 3 vùng 3×3. Do đó có 9 vùng con 3×3 của bảng 5×5, mỗi vùng con đều chứa 5 ô vuông con 1×1 thuộc hình chữ thập đã tô màu.</td>
<td>0,75</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>+ Nếu chỉ quét sơn như hình vẽ bên thì mỗi vùng con 3×3 đều chứa 4 hoặc 5 ô 1×1 được quét sơn.
Vậy: Để mỗi vùng con 3×3 của bảng 5×5 chứa ít nhất 4 ô 1×1 được quét sơn, thì chỉ cần quét số ô nhỏ nhất là 7 ô như hình vẽ bên.
</td>
<td>0,75</td>
</tr>
</table>