

UBND HUYỆN KIM SƠN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI

MÔN: TOÁN 8

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm): Phân tích đa thức thành nhân tử:

- $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$
- $4x^2 - 8x + 3$
- $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 24$

Bài 2 (1,5 điểm): Tính giá trị của các biểu thức sau một cách hợp lí:

- $A = x^5 - 15x^4 + 16x^3 - 29x^2 + 13x$ tại $x = 14$
- $B = 2\frac{1}{315} \cdot \frac{1}{651} - \frac{1}{105} \cdot 3\frac{650}{651} - \frac{4}{315 \cdot 651} + \frac{4}{105}$

Bài 3 (1,5 điểm):

- Xác định các hằng số a và b sao cho đa thức $x^4 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 4$
- Cho đa thức $A(x) = ax^2 + bx + c$. Xác định b biết rằng khi chia đa thức $A(x)$

cho $x - 1$ và $x + 1$ đều có cùng số dư.

Bài 4 (1,5 điểm):

- Chứng minh rằng không có số x, y nào thoả mãn đẳng thức sau:

$$4x^2 + 3y^2 - 4x + 30y + 78 = 0$$

- Cho $x = by + cz$; $y = ax + cz$; $z = ax + by$ và $x + y + z \neq 0$; $xyz \neq 0$.

Chứng minh: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$

Bài 5 (3,0 điểm): Cho hình chữ nhật ABCD có $\angle BDC = 30^\circ$. Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại E và cắt tia phân giác của $\angle ADB$ ở M. Gọi N là hình chiếu của M trên DA, K là hình chiếu của M trên AB. Chứng minh:

- $\angle MBC = 120^\circ$
- Tứ giác AMBD là hình thang cân.
- Ba điểm N, K, E thẳng hàng.

Bài 6 (1,0 điểm): Chứng minh rằng tam giác có một đỉnh là giao điểm hai cạnh đối của một tứ giác, hai đỉnh kia là trung điểm hai đường chéo của tứ giác đó có diện tích bằng $\frac{1}{4}$ diện tích tứ giác.

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8

Câu	Đáp án	Điểm
Bài 1 (1,5đ)	a/ $(2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2) = [(b + c)^2 - a^2][a^2 - (b - c)^2]$ $= (b + c + a)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$	0,25 0,25
	b/ $4x^2 - 8x + 3 = 4x^2 - 6x - 2x + 3 = (4x^2 - 6x) - (2x - 3)$ $= 2x(2x - 3) - (2x - 3) = (2x - 3)(2x - 1)$	0,25 0,25
	c/ $[(x + 2)(x + 5)][(x + 3)(x + 4)] - 24 = (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 24$ Đặt $t = x^2 + 7x + 10$, ta được đa thức : $t(t + 2) - 24 = t^2 + 2t - 24 = (t^2 + 2t + 1) - 25 = (t + 1)^2 - 5^2$ $= (t + 6)(t - 4) = (x^2 + 7x + 16)(x^2 + 7x + 6) = (x^2 + 7x + 16)(x + 1)(x + 6)$	0,25 0,25
Bài 2 (1,5đ)	a/ Vì $x = 14$ nên $15 = x + 1$; $16 = x + 2$; $29 = 2x + 1$; $13 = x - 1$ Vậy $A = x^5 - (x + 1)x^4 + (x + 2)x^3 - (2x + 1)x^2 + (x - 1)x$ $= x^5 - x^5 - x^4 + x^4 + 2x^3 - 2x^3 - x^2 + x^2 - x$ $= -x = -14$	0,25 0,25 0,25
	b/ $B = (2 + \frac{1}{315}) \cdot \frac{1}{651} - \frac{3}{315} \cdot (4 - \frac{1}{651}) - 4 \cdot \frac{1}{315} \cdot \frac{1}{651} + \frac{12}{315}$ Đặt $\frac{1}{315} = a$; $\frac{1}{651} = b$ thì $B = (2 + a)b - 3a(4 - b) - 4ab + 12a$ $= 2b + ab - 12a + 3ab - 4ab + 12a = 2b = \frac{2}{651}$	0,25 0,25 0,25
Bài 3 (1,5đ)	a/ $x^4 + ax + b$ chia cho $x^2 - 4$ được thương là $x^2 + 4$ dư $ax + (b + 16)$ Vậy $x^4 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 4$ khi $ax + (b + 16) = 0x + 0$ Suy ra $a = 0$ và $b = -16$	0,25 0,25 0,25
	b/ Đặt $A(x) = ax^2 + bx + c = (x - 1).Q_1 + R$ (1) $A(x) = ax^2 + bx + c = (x + 1).Q_2 + R$ (2) Từ (1) suy ra $A(1) = a + b + c = R$; Từ (2) suy ra $A(-1) = a - b + c = R$ $\Rightarrow a + b + c = a - b + c \Rightarrow b = -b \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow b = 0$	0,25 0,25 0,25
Bài 4 (1,5đ)	a/ Ta có $4x^2 + 3y^2 - 4x + 30y + 78 = (4x^2 - 4x + 1) + (3y^2 + 30y + 75) + 2$ $= (2x - 1)^2 + 3(y + 5)^2 + 2 > 0$ với mọi x, y Vậy không tìm được x, y thoả mãn đầu bài.	0,25 0,25 0,25
	b/ Gọi $x = by + cz$ (1); $y = ax + cz$ (2); $z = ax + by$ (3) Cộng vế với vế của (1) và (2) ta có: $x + y = ax + by + 2cx = z + 2cz$	

	$\Rightarrow 2cz = x + y - z \Rightarrow c = \frac{x+y-z}{2z} \Rightarrow 1+c = \frac{x+y+z}{2z} \Rightarrow \frac{1}{1+c} = \frac{2z}{x+y+z}$ <p>Tương tự: $1+a = \frac{x+y+z}{2x} \Rightarrow \frac{1}{1+a} = \frac{2x}{x+y+z}$</p> $1+b = \frac{x+y+z}{2y} \Rightarrow \frac{1}{1+b} = \frac{2y}{x+y+z}$ <p>Vậy $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = \frac{2x}{x+y+z} + \frac{2y}{x+y+z} + \frac{2z}{x+y+z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2$</p>	0,5 0,25
Bài 5 (3đ)	<p>Hình vẽ:</p>	
	<p>a/ C/m được $\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = \hat{D}_3 = 30^\circ, \hat{E}_1 = 30^\circ, \hat{B}_2 = 30^\circ$</p>	0,5
	<p>C/m được ΔBMC cân (vì đường cao đồng thời là phân giác) có $\hat{E}_1 = 30^\circ$ nên $\hat{MBC} = 120^\circ$</p>	0,5
	<p>b/ C/m được ΔMDC đều mà MK vuông góc với AB nên MK vuông góc với CD \Rightarrow MK là trung trực của CD và AB $\Rightarrow MA = MB \Rightarrow \Delta MAB$ cân C/m được $\hat{B}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ = \hat{B}_2 \Rightarrow AM // DB$ Mà $\hat{ABD} = \hat{MBD} = 60^\circ$ nên tứ giác AMBD là hình thang cân.</p>	0,5 0,5
	<p>c/ Vì M thuộc tia phân giác của \hat{NDE} nên $MN = ME$. ΔNME có $\hat{NME} = 120^\circ$ nên $\hat{MNE} = 30^\circ$ (1) Lại có MNAK là hình chữ nhật nên $\hat{MNK} = \hat{A}_1 = 30^\circ$ (2) Từ (1) và (2) suy ra N, K, E thẳng hàng.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 6 (1đ)	<p>Hình vẽ</p>	
	<p>Gọi M, N lần lượt là trung điểm các đường chéo BD, AC của tứ giác ABCD, E là giao điểm của DA và CB. Ta có:</p> $S_{EMN} = S_{EDC} - S_{EMD} - S_{ENC} - S_{DMC} - S_{MNC}$ $= S_{EDC} - \frac{1}{2} S_{EBD} - \frac{1}{2} S_{EAC} - \frac{1}{2} S_{DBC} - \frac{1}{2} S_{AMC}$	0,25 0,25

	$= \frac{1}{2}(S_{EDC} - S_{EBD} - S_{DBC}) + \frac{1}{2}(S_{EDC} - S_{EAC} - S_{AMC})$ $= 0 + \frac{1}{2}(S_{ADM} + S_{CDM}) = \frac{1}{4}S_{ABCD}$	0,25 0,25
--	--	--------------