

PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN HOÀNG HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8
MÔN TOÁN

NĂM HỌC: 2012 - 2013

Ngày thi 17 tháng 04 năm 2013

Thời gian 120 phút(không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4 điểm): Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.
- Tìm x để $|A| = A$.

Bài 2 (6 điểm):

- Giải phương trình: $x^4 + x^2 + 6x - 8 = 0$.
- Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình: $x^2 + 2x - 10 = y^2$.
- Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với $a, b, c \neq 0$.

Tính giá trị biểu thức: $P = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right)$.

Bài 3 (4 điểm):

- Tìm các số có ba chữ số chia hết cho 7 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 7.
- Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z}$.

Bài 4 (4 điểm):

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a = 12\text{cm}$, $BC = b = 9\text{cm}$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BD.

- Chứng minh tam giác AHB đồng dạng với tam giác BCD.
- Tính độ dài đoạn thẳng AH.
- Tính diện tích tam giác AHB.

Bài 5 (2 điểm):

Cho tam giác đều ABC. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh AB và BC sao cho $BM = BN$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BMN và I là trung điểm của AN.

Tính các góc của tam giác ICG.

..... HẾT

Họ và tên thí sinh: SBD:

Giám thị 1: Giám thị 2:

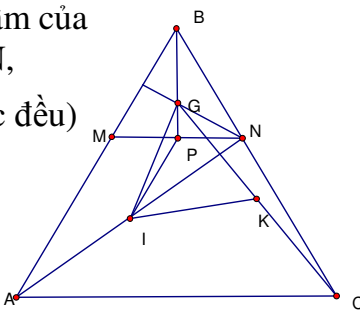
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm).

**PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN HOÀNG HÓA**

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 8

Bài		Nội dung	Điểm	
Bài 1	1.5đ	+ ĐKXD: $x \neq \pm 1; x \neq \frac{1}{2}$	0.25	
		$A = \left(\frac{1+x+2(1-x)-(5-x)}{1-x^2} \right) \cdot \frac{x^2-1}{1-2x}$	0.5	
		$= \frac{-2}{1-x^2} \cdot \frac{x^2-1}{1-2x}$	0.5	
		$= \frac{2}{1-2x}$	0.25	
	4.0đ	b	A nguyên, mà x nguyên nên $2 \mid 1-2x$ Từ đó tìm được $x = 1$ và $x = 0$ Bỏ đi giá trị $x = 1$ (do điều kiện). Vậy $x = 0$	0.5 0.5 0.5
	1.0đ	c	Ta có: $ A = A \Leftrightarrow A \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{2}{1-2x} \geq 0 \Leftrightarrow 1-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$ Kết hợp với điều kiện: $-1 \neq x < \frac{1}{2}$	0.25 0.5 0.25
Bài 2	2.0đ	a	Phân tích được $(x-1)(x^3+x^2+2x+8) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x^2-x+4) = 0$ (1) Vì $x^2-x+4 = (x-\frac{1}{2})^2 + \frac{15}{4} > 0$ Nên (1) $\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$ $\Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -2$	0.5 0.5 0.25 0.5 0.25
		b	Ta có: $x^2+2x-10 = y^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 - y^2 = 11$ $\Leftrightarrow (x+1+y)(x+1-y) = 11$ (2)	0.5 0.5
			Vì $x, y \in \mathbb{N}$ nên $x+1+y > 0$ và do đó $x+1-y > 0$ Nhận xét: $x+1+y > x+1-y$ với mọi $x, y \in \mathbb{N}$ (2) viết thành: $(x+1+y)(x+1-y) = 11.1$	0.5
			$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1+y=11 \\ x+1-y=1 \end{cases}$ Kết luận: $x = 5, y = 5$ là nghiệm	0.5
	2.0đ	c	Biến đổi giả thiết về dạng: $\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ a=b=c \end{cases}$	0.5 0.5

		<p>. Với $a + b + c = 0$. Tính được $P = \left(\frac{-c}{b}\right)\left(\frac{-a}{c}\right)\left(\frac{-b}{a}\right) = -1$</p> <p>. Với $a = b = c$. Tính được $P = 2.2.2 = 8$</p>	0.5 0.5
Bài 3 4.0đ	2.0đ	<p>Gọi số có ba chữ số cần tìm là \overline{abc} Ta có: $\overline{abc} = (98a + 7b) + 2a + 3b + c$ Vì $\overline{abc} : 7$ nên $2a + 3b + c : 7$ (3) Mặt khác, vì $a + b + c : 7$ (4), kết hợp với (3) suy ra: $b - c : 7$ Do đó $b - c$ chỉ có thể nhận các giá trị: $-7; 0; 7$ + Với $b - c = -7$, suy ra $c = b + 7$. kết hợp với (4) ta chọn được các số 707; 518; 329 thỏa mãn. + Với $b - c = 7$ suy ra $b = c + 7$. Đổi vai trò b và c của trường hợp trên ta được các cặp số 770, 581, 392 thỏa mãn bài toán. + Với $b - c = 0$ thì $b = c$ mà do (4) nên $a + 2b : 7$. Do $1 \leq a + 2b \leq 27$ nên $a + 2b$ chỉ có thể nhận các giá trị 7; 14; 21. Từ đó chọn được 12 số thỏa mãn là 133, 322, 511, 700, 266, 455, 644, 833, 399, 588, 777, 966.</p> <p>Vậy có 18 số thỏa mãn bài toán: 707, 518, 329, 770, 581, 392, 133, 322, 511, 700, 266, 455, 644, 833, 399, 588, 777, 966.</p>	0.25 0.5 0.25 0.25 0.25 0.25
	2.0đ	<p>Vì $x + y + z = 1$ nên: $M = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z} = \left(\frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z}\right)(x + y + z)$ $= \frac{21}{16} + \left(\frac{x}{4y} + \frac{y}{16x}\right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{16x}\right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{4y}\right)$</p> <p>b Ta có: $\frac{x}{4y} + \frac{y}{16x} = \frac{16x^2 + 4y^2}{16x \cdot 4y} = \frac{(4x - 2y)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 2y}{64xy} = \frac{(4x - 2y)^2}{64xy} + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4} \quad (\forall x, y > 0)$</p> <p>Tương tự: $\frac{x}{z} + \frac{z}{16x} \geq \frac{1}{2}; \quad \frac{y}{z} + \frac{z}{4y} \geq 1 \quad (\text{Với mọi } x, y > 0)$</p> <p>Từ đó $M \geq \frac{21}{16} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{49}{16}$. Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} 4x = 2y = z \\ x + y + z = 1 \\ x, y, z > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{7} \\ y = \frac{2}{7} \\ z = \frac{4}{7} \end{cases}$</p>	0.5 0.5 0.5 0.25

		Vậy GTNN của M là $\frac{49}{16}$ khi $x = \frac{1}{7}; y = \frac{2}{7}; z = \frac{4}{7}$	0.25
Bài 4 4.0đ	a	Chứng minh được tam giác AHB đồng dạng với tam giác BCD.	1.0
	b	Tam giác AHB đồng dạng với tam giác BCD $\frac{AH}{BC} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AH = \frac{a.b}{BD}$ Áp dụng định lí Py – ta – go, được : $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{225} = 15(cm)$ Từ đó tính được $AH = \frac{12.9}{15} = 7.2(cm)$	0.5 0.5 0.5
	c	Tam giác AHB đồng dạng với tam giác BCD theo tỉ số $k = \frac{AH}{BC} = \frac{7.2}{9}$ Gọi S, S' lần lượt là diện tích của tam giác BCD và AHB Ta có $S = 54(cm^2)$.	0.5 0.5
		$\frac{S'}{S} = k^2 = \left(\frac{7.2}{9}\right)^2 \Rightarrow S' = \left(\frac{7.2}{9}\right)^2 .54 = 34.56(cm^2)$ Vậy diện tích tam giác AHB bằng 34.56(cm ²)	0.5
Bài 5 2.0đ	Ta có BMN là tam giác đều, nên G là trọng tâm của Tam giác BMN. Gọi P là trung điểm của MN, Ta có : $\frac{GP}{GN} = \frac{1}{2}$ (tính chất trọng tâm tam giác đều) Lại có : $\frac{PI}{MA} = \frac{PI}{NC} = \frac{1}{2}$ suy ra $\frac{GP}{GN} = \frac{PI}{NC} = \frac{1}{2}$ (1) Mặt khác $\angle GPI = \angle GPM + \angle MPI = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ và $\angle GNC = \angle GNP + \angle PNC = 30^\circ + 120^\circ = 150^\circ$ Do đó : $\angle GPI = \angle GNC$ (2) Từ (1) và (2) suy ra tam giác GPI đồng dạng với tam giác GNC (c.g.c) Từ đó ta có : $\angle PGI = \angle NGC$ và $GI = \frac{1}{2} GC$ Mà $\angle IGC = 60^\circ$ ($\angle IGC = \angle PGN = 60^\circ$) Gọi K là trung điểm của GC thì $GI = GK = \frac{1}{2} GC$, suy ra tam giác GIK		0.5 0.25 0.5 0.25 0.25

	đều, nên $IK = \frac{1}{2}GC$. Điều này chứng tỏ tam giác GIC vuông tại I. Vậy : $\widehat{GIC} = 90^\circ; \widehat{IGC} = 60^\circ; \widehat{GCI} = 30^\circ;$	0.25
--	--	------

Chú ý :

1. Học sinh giải cách khác đúng thì cho điểm tối đa.
2. Bài hình không vẽ hình, hoặc hình sai cơ bản thì không chấm điểm.