

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)

Trong các câu sau, mỗi câu có bốn lựa chọn, trong đó có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A)

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ là

- A. $x \geq \frac{1}{2}$ B. $x > \frac{1}{2}$ C. $x \leq \frac{1}{2}$ D. $x < \frac{1}{2}$

Câu 2. Các số 3 và -4 là hai nghiệm của phương trình nào sau đây

- A. $x^2 - x - 12 = 0$ B. $12x^2 + x - 1 = 0$ C. $x^2 + x - 12 = 0$ D. $-12x^2 - 12x + 1 = 0$

Câu 3 Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, AB = 15 và AH = 12. Khi đó độ dài cạnh CA bằng

- A. 9 B. 25 C. 16 D. 20

Câu 4 Tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có $\widehat{AOB} - \widehat{ABC} = \widehat{ABC} - \widehat{BCA} = 20^\circ$. Số đo của góc \widehat{AOB} bằng

- A. 20° B. 40° C. 60° D. 80°

II. PHẦN TỰ LUẬN. (8 điểm)

Câu 5 (2 điểm). Cho hàm số $y = 2mx + m + 2$ (1) (m là tham số).

a, Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A(-1; 1). Với giá trị của m vừa tìm được thì hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên **R**.

b, Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 1$.

Câu 6 (2,5 điểm). Cho phương trình $2x^2 - (2m+1)x - 3 + 2m = 0$ (m là tham số).

a, Giải phương trình đã cho khi $m = 2$.

b, Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 3$.

Câu 7 (2,5 điểm). Cho tam giác ABM nhọn, nội tiếp đường tròn (O_1) . Trên tia đối của tia BM lấy điểm C sao cho AM là tia phân giác của góc \widehat{BAC} . Gọi (O_2) là đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC.

a, Chứng minh hai tam giác AO_1O_2 và tam giác ABC đồng dạng.

b, Gọi O là trung điểm của O_1O_2 và I là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác AOI cân.

c, Đường thẳng vuông góc với AM tại A tương ứng cắt đường tròn (O_1) , (O_2) tại D, E (D và E khác A). đường thẳng vuông góc với BC tại M cắt DE tại N. Chứng minh $ND.AC = NE.AB$.

Câu 8 (1,0 điểm). Cho a, b, c, d là các số thực. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq a(b+c+d)$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm !

Họ tên thí sinh Số báo danh.....

ĐA đề thi vào lớp 10 Vĩnh Phúc 2014-2015

Câu 1.B; Câu 2.C; Câu 3.D; Câu 4.D

Câu 4 Tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O có $\widehat{CAB} - \widehat{ABC} = \widehat{ABC} - \widehat{BCA} = 20^\circ$. Số đo của góc \widehat{AOB} bằng

- A. 20° B. 40° C. 60° D. 80°

Giải

Đặt $\widehat{CAB} = x^\circ$; $\widehat{ABC} = y^\circ$; $\widehat{BCA} = z^\circ$

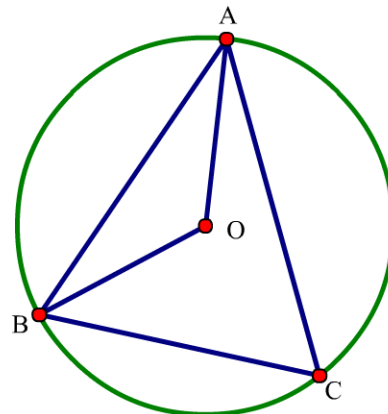
$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} x - y = 20 & (1) \\ y - z = 20 & (2) \\ x + y + z = 180 & (3) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra : $x - z = 40 \Rightarrow x = 40 + z$ (4),
thay (4) vào (3) và kết hợp với (2)

$$\text{ta có hệ: } \begin{cases} y - z = 20 \\ y + 2z = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 \\ z = 40 \end{cases}$$

Do đó $\widehat{BCA} = z^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BOA} = 80^\circ$

Vậy đáp án : D



Câu 5 (2 điểm). Cho hàm số $y = 2mx + m + 2$ (1) (m là tham số).

a, Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A(-1; 1). Với giá trị của m vừa tìm được thì hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến trên \mathbf{R} .

b, Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 1$.

Giải

a) Đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A(-1; 1)

nên thay $x = -1$; $y = 1$ vào PT đường thẳng $y = 2mx + m + 2$ ta có: $1 = -2m + m + 2 \Leftrightarrow m = 1$

* Với $m = 1$ thì đồ thị hàm số (1) có dạng $y = 2x + 3$. Hàm số này có hệ số $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến trên \mathbf{R}

b) Đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 1$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m^2 - 3 = 2m \\ m + 2 \neq 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 = 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$

Vậy $m = -1$ thì đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 1$.

Câu 6 (2,5 điểm). Cho phương trình $2x^2 - (2m+1)x - 3 + 2m = 0$ (m là tham số).

a, Giải phương trình đã cho khi $m = 2$.

b, Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2

thỏa mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 3$.

Giải

a) Với $m=2$ PT đã cho có dạng $2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$\Delta = 25 - 8 = 17 > 0 \Rightarrow \text{PT có hai nghiệm phân biệt: } x_1 = \frac{5 + \sqrt{17}}{4}; \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{17}}{4}$$

b) PT đã cho có hệ số của x^2 là 2 khác 0 nên là PT bậc 2

Ta có $\Delta = (2m+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3+2m)$

$$= 4m^2 - 12m + 25 = (2m)^2 - 2 \cdot 2m \cdot 3 + 9 + 16 = (2m-3)^2 + 16 > 0 \text{ với mọi } m$$

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2

$$\text{Theo Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m+1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{2m-3}{2} \end{cases}$$

Theo bài ra ta có: $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 3 \Leftrightarrow 4x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) = 2 \Leftrightarrow 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = 1$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2m-3}{2} - \frac{2m+1}{2} = 1 \Leftrightarrow 4m - 6 - 2m - 1 = 2 \Leftrightarrow 2m = 9 \Leftrightarrow m = 4,5$$

Vậy $m = 4,5$ thì PT đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 3$.

Bài 7:

a) (1 điểm) Ta có $O_1A = O_1M$;

$O_2A = O_2M$; suy ra O_1O_2 là đường trung trực của AM .

Và các ΔO_1AM và ΔO_2AM là các Δ cân.

tam giác O_1AM có O_1O_2 là đường cao

$\Rightarrow O_1O_2$ là đường phân giác \Rightarrow

$$\angle AO_1O_2 = \frac{1}{2} \angle AO_1M = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AM}$$

$$\text{Lại có } \angle ABC = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AM}$$

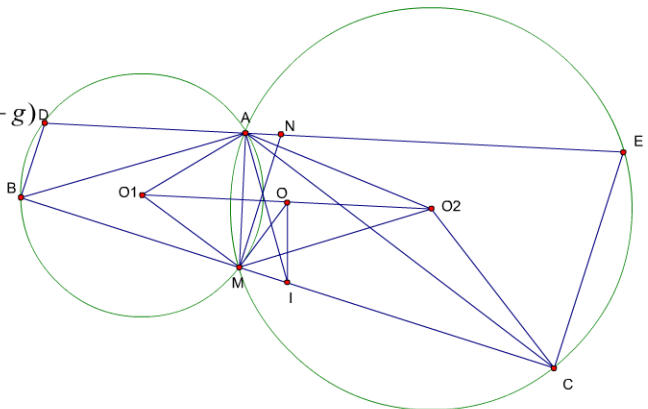
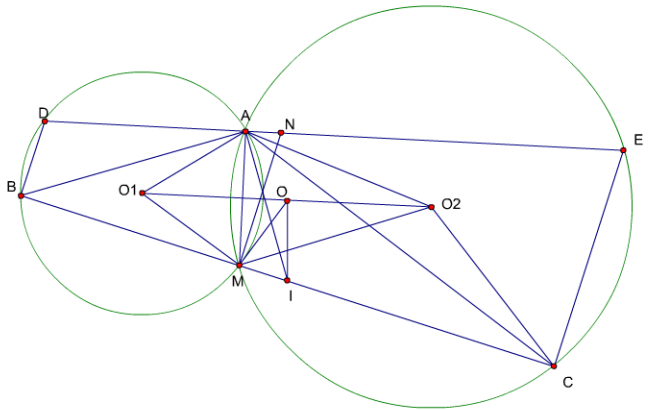
$$\Rightarrow \angle ABC = \angle AO_1O_2$$

Tương tự ta cũng có.

$$\angle ACB = \angle AO_2O_1$$

Xét ΔACB và ΔAO_2O_1 có

$$\left. \begin{aligned} \angle ABC &= \angle AO_1O_2 \\ \angle ACB &= \angle AO_2O_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta AO_1O_2 \text{ (g-g)}$$



b) (0,75 điểm)

$$\text{Theo a) } \Delta ABC \square \Delta AO_1O_2 \Rightarrow \frac{AO_2}{O_1O_2} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow \frac{AO_2}{2.OO_2} = \frac{AC}{2.IC} \Leftrightarrow \frac{AO_2}{OO_2} = \frac{AC}{IC}$$

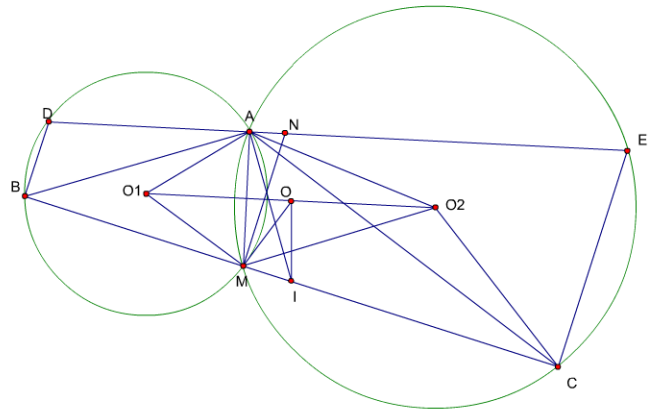
$$\text{xét } \Delta AO_2O \text{ và } \Delta ACI \text{ có } \left. \begin{array}{l} \frac{AO_2}{OO_2} = \frac{AC}{IC} \\ \angle ACI = \angle AO_2O \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ACI \square \Delta AO_2O \text{ (c-g-c)}$$

$$\Rightarrow \angle IAC = \angle OAO_2 \Rightarrow \angle OAC + \angle CAO_2 = \angle OAC + \angle IAO \Rightarrow \angle CAO_2 = \angle IAO \text{ (1)}$$

$$\Delta ACI \square \Delta AO_2O \Rightarrow \frac{AO}{AI} = \frac{AO_2}{AC} \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\Delta AOI \square \Delta AO_2C \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \frac{AO}{OI} = \frac{AO_2}{O_2C} = 1 \Rightarrow OA = OI \Rightarrow \Delta AOI \text{ cân tại O}$$



c) (0,75 điểm)

Tứ giác ADBM và AMCE nội tiếp và có góc MAE = 90° => góc DBM = góc ECM = 90°

=> tứ giác BDEC là hình thang =>

BD//MN//CE

$$\text{Theo talet ta có } \frac{ND}{NE} = \frac{MB}{MC} \text{ (3)}$$

$$\text{Mặt khác theo tính chất đường phân giác trong tam giác ABC ta có } \frac{AB}{AC} = \frac{MB}{MC} \text{ (4)}$$

$$\text{Từ (3) và (4) } \Rightarrow \frac{ND}{NE} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow ND.AC = AB.NE \text{ (ĐPCM)}$$

Câu 8 (1,0 điểm). Cho a, b, c, d là các số thực. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq a(b + c + d)$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

Giải

Ta có $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq a(b + c + d)$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 4d^2 \geq 4a(b + c + d)$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 4d^2 - 4ab - 4ac - 4ad \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + (a^2 - 4ab + 4b^2) + (a^2 - 4ac + 4c^2) + (a^2 - 4ad + 4d^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + (a - 2b)^2 + (a - 2c)^2 + (a - 2d)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

BĐT cuối cùng đúng nên BĐT cần chứng minh đúng

Dấu '=' xảy ra khi $a = a - 2b = a - 2c = a - 2d = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0$