

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (2.0 điểm):

a) Cho $A = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots + \frac{99}{2^{99}} + \frac{100}{2^{100}}$. So sánh A với 2.

b) Cho $B = x^{2013} - 2014x^{2012} + 2014x^{2011} - 2014x^{2010} + \dots - 2014x^2 + 2014x - 1$
Tính giá trị của biểu thức B với $x = 2013$.

Bài 2 (2.0 điểm):

a) Tìm các số nguyên x, y thoả mãn: $|x - 2012| + |2013 - y| = 1$

b) Tìm x biết: $(x - 7)^{x+11} - (x - 7)^{x+1} = 0$

Bài 3 (2.0 điểm):

a) Cho tỉ lệ thức: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{2012a + 2013b}{2012a - 2013b} = \frac{2012c + 2013d}{2012c - 2013d}$

b) Cho các số a, b, c khác 0 thoả mãn: $\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a}$.

Tính giá trị của biểu thức: $M = \frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2}$

Bài 4 (4.0 điểm):

Tam giác nhọn ABC có $AB < AC$. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại O. Trên tia đối của tia BE lấy điểm G sao cho $BG = AC$; trên tia đối của tia CF lấy điểm H sao cho $CH = AB$.

a) Chứng minh $\triangle AGB = \triangle HAC$.

b) Chứng minh $AG \perp AH$

c) Gọi M là trung điểm của GH, N là giao điểm của BC và GH.

- Chứng minh $\square{AM} = \square{BN}$

- So sánh số đo hai góc \square{BAM} và \square{MAC} .

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1 (2.0 điểm):

$2A = 1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \frac{5}{2^4} + \dots + \frac{99}{2^{98}} + \frac{100}{2^{99}}$	0,25
$2A - A = A = \left(1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{99}{2^{98}} + \frac{100}{2^{99}}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{99}{2^{99}} + \frac{100}{2^{100}}\right)$ $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} - \frac{100}{2^{100}}$	0,25
Đặt $B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}}$. Có $2B = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{98}}$	0,25
$2B - B = B = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{98}} - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}}\right) = 2 - \frac{1}{2^{99}}$	0,25
$A = B - \frac{100}{2^{100}} = 2 - \frac{1}{2^{99}} - \frac{100}{2^{100}} = 2 - \frac{102}{2^{100}} < 2$	0,25

Thay 2014 bằng x + 1 ta được: $= x^{2013} - (x+1)x^{2012} + (x+1)x^{2011} - (x+1)x^{2010} + \dots - (x+1)x^2 + (x+1)x - 1$ $= x^{2013} - x^{2013} - x^{2012} + x^{2012} + x^{2011} + \dots - x^3 - x^2 + x^2 + x - 1$ $= x - 1$	0,75
Thay x = 2013 được A = 2013 - 1 = 2012	0,25

Bài 2 (2.0 điểm):

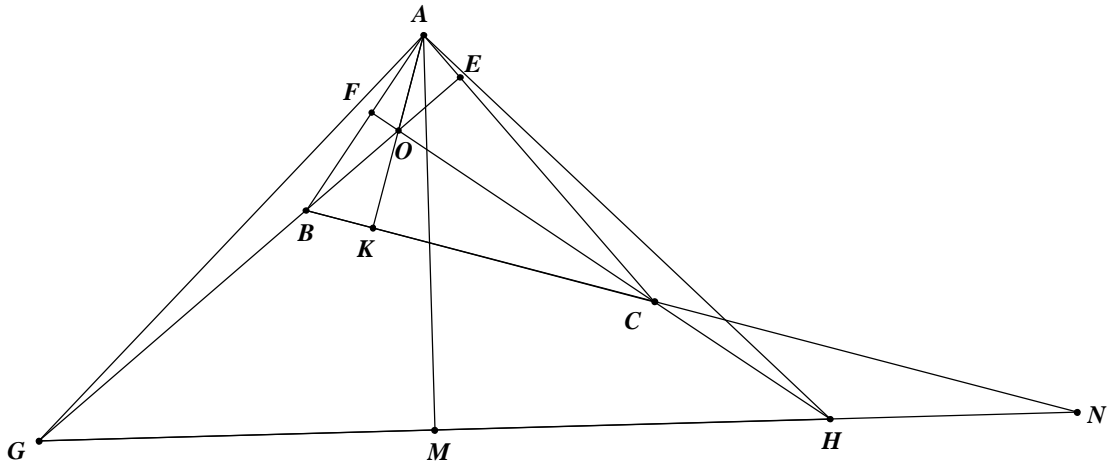
$ x - 2012 , 2013 - y $ là các số tự nhiên. Tổng của chúng bằng 1 nên:	0,25
Trường hợp 1: $ x - 2012 = 0$ và $ 2013 - y = 1$	
Giải được: $(x, y) = (2012, 2012); (x, y) = (2012, 2014)$	0,25
Trường hợp 2: $ x - 2012 = 1$ và $ 2013 - y = 0$	0,25
Giải được: $(x, y) = (2013, 2013); (x, y) = (2011, 2013)$ (Vây: (2012, 2012); (2012, 2014), (2013, 2013); (2011, 2013) là các cặp số nguyên cần tìm)	0,25

$(x-7)^{x+1}((x-7)^{10}-1)=0$	0,25
$(x-7)^{x+1}=0$ được: $x-7=0$ (và $x+1>0$) $\Rightarrow x=7$	0,25
$(x-7)^{10}-1=0$ được $x-7=1$ hoặc $x-7=-1$	0,25
$x-7=1 \Rightarrow x=8$ $x-7=-1 \Rightarrow x=6$	0,25

Bài 3 (2.0 điểm):

Đặt $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$. Có $a = bk$ và $c = dk$	0,25
Thay a, c vào được: $\frac{2012a + 2013b}{2012a - 2013b} = \frac{2012bk + 2013b}{2012bk - 2013b} = \frac{2012k + 2013}{2012k - 2013}$ $\frac{2012c + 2013d}{2012c - 2013d} = \frac{2012dk + 2013d}{2012dk - 2013d} = \frac{2012k + 2013}{2012k - 2013}$	0,50
$\Rightarrow \frac{2012a + 2013b}{2012a - 2013b} = \frac{2012c + 2013d}{2012c - 2013d}$	0,25
$\frac{ab}{a+b} = \frac{bc}{b+c} = \frac{ca}{c+a} \Leftrightarrow \frac{abc}{(a+b)c} = \frac{bca}{(b+c)a} = \frac{cab}{(c+a)b}$	0,25
$\frac{abc}{ac+bc} = \frac{abc}{ab+ac} \Leftrightarrow ac+bc = ab+ac \Leftrightarrow bc = ab \Leftrightarrow a = c$ Tương tự, chứng minh được: $a = b = c$	0,50
Thay $b = a$; $c = a$ được $M = 1$	0,25

Bài 4 (4.0 điểm):



$\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$ (Cùng phụ với góc \hat{A})	0,25
$\Rightarrow \widehat{GBA} = \widehat{ACH}$ (Cùng bù với cặp góc bằng nhau $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$)	0,25
Cùng với $BG = AC; AB = CH \Rightarrow \Delta GBA = \Delta ACH$ (c.g.c) (*)	0,50
$\Delta GBA = \Delta ACH \Rightarrow \widehat{AGB} = \widehat{HAC}$ (1)	0,25
$\widehat{GAE} + \widehat{AGE} = 90^\circ$ (ΔAGE vuông tại E) (2)	0,25
Từ (1) và (2): $\widehat{GAE} + \widehat{HAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{GAH} = 90^\circ$ hay $AG \perp AH$	0,50
ΔAGH cân tại A nên trung tuyến AM cũng là đường cao $\Rightarrow AM \perp MN$	0,25
AO là đường cao thứ ba của tam giác ABC nên $AO \perp BN$ (tại K)	0,25
$\Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{BNG}$ (Hai tam giác vuông có cặp góc nhọn bằng nhau).	0,50
ΔABG có $BA < BG$ (do $BG = AC$ mà $AB < AC$)	0,50
$\Rightarrow \widehat{GAB} > \widehat{AGB} \Rightarrow \widehat{GAB} > \widehat{HAC}$ (do $\widehat{AGB} = \widehat{HAC}$ có được từ (*))	0,25
ΔAGH cân tại A nên trung tuyến AM cũng là phân giác $\Rightarrow \widehat{GAM} = \widehat{HAM}$	0,25
$\Rightarrow \widehat{GAM} - \widehat{GAB} < \widehat{HAM} - \widehat{HAC} \Rightarrow \widehat{BAM} < \widehat{MAC}$	0,25

ĐỀ CHÍNH THỨC

Chú ý : Tất cả giá trị gần đúng lấy 5 chữ số thập phân không làm tròn.
Thí sinh có thể không ghi tóm tắt cách giải

Bài 1 : Tính :

$$3: \left[\frac{8:(0,9-1,7)}{7 \times (0,8+3,2)} + \frac{(5,9-2,3):5}{4,8:(2,6-2,5)} \right] + \frac{5}{3} : \frac{7}{21}.$$

Bài 2 : Cho $a = 10734$; $b = 12523$; $c = 16101$. Tìm ƯCLN(a, b, c).

Bài 3 : Tìm x biết :

$$\frac{\left(0,5 - 2\frac{1}{7} \times \frac{5}{6}\right) \cdot x}{\frac{3}{5} : \left(2\frac{1}{3} \times 4\frac{3}{4} + 0,8\right)} = 6,3 : \left(2,5 - \frac{3}{5}\right).$$

Bài 4 : Cho tam giác ABC có $\widehat{A} + \widehat{B} = 112^\circ$ và $\widehat{B} = \frac{3}{5}\widehat{C}$. Tính số đo các góc của tam giác ABC.

Bài 5 : Tìm x, y biết :

$$\frac{6063}{1766} = 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{x + \frac{1}{y}}}}}$$

Bài 6 : Tính chu vi khu vườn hình chữ nhật, biết chiều rộng bằng $\frac{7}{13}$ chiều dài và chiều dài hơn chiều rộng là 193,69mm.

Bài 7 : Biết tỉ số của $7x - 5$ và $y + 13$ là một hằng số và khi $x = 2$ thì $y = 20$. Hỏi khi $y = 2005$ thì x bằng bao nhiêu

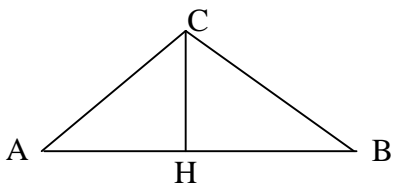
Bài 8 : Số đo ba góc A, B, C của tam giác ABC lần lượt tỉ lệ với 6 ; 9 ; 11. CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Tính số đo góc ACH (làm tròn đến phút).

Bài 9 : Biết $2x + 3y - 4z = 21054$ và $\frac{x}{6} = \frac{7y}{3} = \frac{2z}{9}$

Tính $A = x + 2y - 3z$.

Bài 10 : Tìm tất cả các số nguyên n sao cho số $2^8 + 2^{11} + 2^n$ là số chính phương.

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM (KHỐI 7)

Bài	Nội dung	Kết quả	Điểm	
1	Tính thông thường	- 3,76826	1	
2	Tính thông thường	1789	1	
3	$x = \left(\left\{ 6,3 : \left(2,5 - \frac{3}{5} \right) \times \left[\frac{3}{5} : \left(2\frac{1}{3} \times 4\frac{3}{4} + 0,8 \right) \right] \right\} + 1,5 \right) : \left(0,5 - 2\frac{1}{7} \times \frac{5}{6} \right)$	- 0,13021	1	
4	$\hat{B} = \frac{3}{5}\hat{C} \Rightarrow \hat{C} = \frac{5}{3}\hat{B}$ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 112^\circ + \frac{5}{3}\hat{B} = 180^\circ$ $\Rightarrow \hat{B} = 40^\circ 48'$ từ đó suy ra \hat{A} và \hat{C}	$\hat{B} = 40^\circ 48'$ $\hat{C} = 68^\circ$ $\hat{A} = 71^\circ 12'$	0,5 0,25 0,25	
5	Tính thông thường	x = 7 y = 8	0,5 0,5	
6	$r = \frac{7}{13}d \Rightarrow \frac{r}{7} = \frac{d}{13} = \frac{d-r}{13-7} = \frac{193,69}{6} = \frac{19369}{600}$ $\Rightarrow r = \frac{19369}{600} \times 7 \quad \text{và} \quad d = \frac{19369}{600} \times 13$ chu vi hình chữ nhật $(d+r) \times 2 =$	1291,26666	1	
7	$\frac{7x-5}{y+13} = \frac{7.2-5}{20+13} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11} \quad \frac{7x-5}{y+13} = \frac{7.2-5}{20+13} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$ $\Rightarrow \frac{7x-5}{2005+13} = \frac{3}{11} \Rightarrow 7x-5 = \frac{3}{11} \cdot 2018 \Rightarrow x$	x = 79,33766	1	
8	$\frac{\hat{A}}{6} = \frac{\hat{B}}{9} = \frac{\hat{C}}{11} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{6+9+11} = \frac{180^\circ}{26} = \frac{90^\circ}{13}$ $\Rightarrow \hat{A} = \frac{90^\circ}{13} \cdot 6 \Rightarrow \square ACH = 90^\circ - \frac{90^\circ}{13} \cdot 6$		48 ⁰ 27'	1
9	$\frac{x}{6} = \frac{7y}{3} = \frac{2z}{9} \Rightarrow \frac{x}{84} = \frac{y}{6} = \frac{z}{63}$ nên $\frac{x}{84} = \frac{y}{6} = \frac{z}{63} = \frac{2x+3y-4z}{2.84+3.6-4.63} = \frac{21054}{-66} = -319$ $\Rightarrow x = -319.84 \quad y = -319.6 \quad z = -319.63$ $A = x + 2y - 3z$	29667	1	
10	$\sqrt{2^8 + 2^{11} + 2^n}$ lần lượt thử trên máy từ n = 1 cho đến khi kết quả là số tự nhiên	n = 12	1	

Chú ý : - Nếu sai một chữ số thập phân ở cuối thì trừ 0,2 điểm.

- Sai hai chữ số thập phân là 0 điểm.
- Nếu thiếu hoặc dư số thập phân theo quy định thì trừ 0,5 điểm.
- Đáp số sai, có trình bày tóm tắt đúng thì được 0,2 điểm.