

Câu 1 (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x} + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

Câu 2 (3,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$, m là tham số.

- Giải phương trình khi $m = -1$
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Câu 3 (3,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng d: $2x + y - 4 = 0$

- Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d.

Câu 4 (2,0 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Hạ các đường cao AD, BE của tam giác. Các tia AD, BE lần lượt cắt (O) tại các điểm thứ hai là M, N.

- Chứng minh rằng bốn điểm A, E, D, B nằm trên một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.
- Chứng minh rằng $MN \parallel DE$

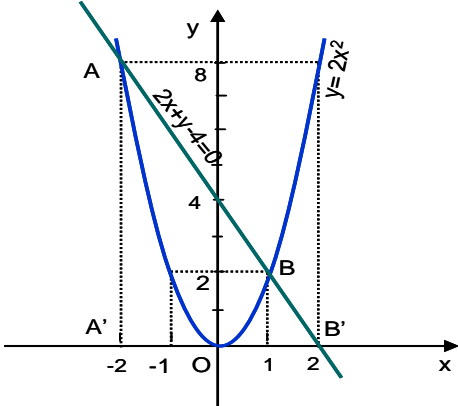
Câu 5 (1,0 điểm)

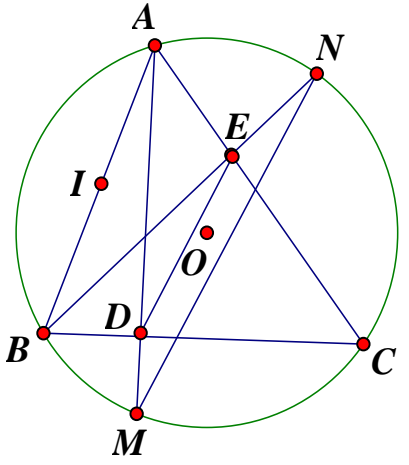
Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2}$

—Hết—

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu để làm bài.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!*

Họ tên thí sinh.....SBD.....

Câu	Nội dung	Thang điểm
1	Ta có: $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$ $= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$	0.25
	$= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$	0.25
	$= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1}$	0.25
	$= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$	0.25
2	a) Khi $m = -1$, phương trình đã cho có dạng $x^2 + 2x - 8 = 0$	0.5
	Phương trình có nghiệm : $x_1 = 2$; $x_2 = -4$	0.5
	b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m-1)^3 > 0$ (*)	0.5
	Giả sử phương trình có hai nghiệm là u, u^2 thì theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} u + u^2 = 2m & (1) \\ u \cdot u^2 = (m-1)^3 & (2) \end{cases}$	0.5
	Từ (2) ta có $u = m - 1$, thay vào (1) ta được: $(m-1) + (m-1)^2 = 2m$	0.5
	$\Leftrightarrow m^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow m(m-3) = 0$ $\Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 3$ đều thỏa mãn điều kiện (*). Vậy với $m \in \{0; 3\}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.	0.5
3	a) 	2.0

	b) Hoàn chỉnh độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình: $2x^2 = -2x + 4$ hay: $2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$	0.5
	phương trình có nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -2$; suy ra: $y_1 = 2; y_2 = 8$ Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)	0.5
4	 <p>a) $\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90^\circ$ nên E, D cùng thuộc đường tròn đường kính AB. Do đó bốn điểm A, E, D, B nằm trên đường tròn đường kính AB.</p> <p>Tâm I của đường tròn chính là trung điểm của AB.</p> <p>b. Xét đường tròn tâm I: $\widehat{ADE} = \widehat{ABE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE)</p> <p>Xét đường tròn tâm O: $\widehat{AMN} = \widehat{ABN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)</p> <p>hay $\widehat{AMN} = \widehat{ABE}$ (vì E thuộc BN).</p> <p>Từ đó suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{AMN}$.</p> <p>Hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau nên $DE \parallel MN$ (đpcm).</p>	0.5
	$y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2} \Leftrightarrow (y - 1)x^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ (*)	0.25
5	Để y đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất thì phương trình (*) phải có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - (y - 1)(-1 + 2y) \geq 0$	0.25
	$\Leftrightarrow -2y^2 + 3y \geq 0 \Leftrightarrow y(-2y + 3) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{3}{2}$	0.25
	Vậy $y_{\max} = \frac{3}{2}$ khi $x = 2$; $y_{\min} = 0$ khi $x = -1$	0.25

*****Hết*****

Câu 1 (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

Câu 2 (3,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 + 2(m+3)x + m^2 + 3 = 0$ (m là tham số)

- Giải phương trình khi $m = -1$
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2$

Câu 3 (3,0 điểm)

Cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng d : $y = x + 2$

- Vẽ (P) và d trên cùng một hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d.

Câu 4 (2,0 điểm)

Từ một điểm S ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến SA, SB và cát tuyến SCD của đường tròn đó.

- Gọi E là trung điểm của dây CD. Chứng minh 5 điểm S, A, E, O, B cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh rằng nếu $SA = AO$ thì SAOB là hình vuông.

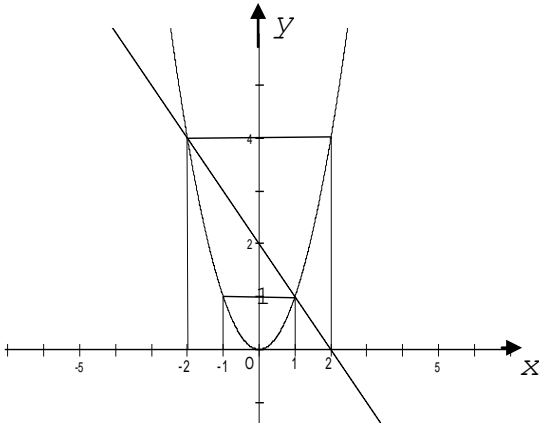
Câu 5 (1,0 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$

—Hết—

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu để làm bài.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!*

Họ tên thí sinh.....SBD.....

Câu	Nội dung	Thang điểm
1	$A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ $\text{với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$ $= \left(\frac{\sqrt{x}+1+1-\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1-1+\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$	0.25
	$= \frac{2}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$	0.25
	$= \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$	0.25
	$= \frac{1}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}$	0.25
2	a) Khi $m = -1$, phương trình đã cho có dạng $x^2 + 4x + 4 = 0$	0.5
	Phương trình có nghiệm kép: $x_1 = -2$.	0.5
	b) Phương trình có hai nghiệm $x_1 ; x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 6m+6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$	0.5
	Theo hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -2(m+3) & (1) \\ P = x_1 \cdot x_2 = m^2 + 3 & (2) \end{cases}$	0.5
	Từ $x_1 - x_2 = 2$ suy ra: $(x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$ (*) Thay (1) và (2) vào (*) ta được: $[-2(m+3)]^2 - 4(m^2 + 3) = 4 \Leftrightarrow 4(m^2 + 6m + 9) - 4m^2 - 12 = 4$ $\Leftrightarrow 24m + 24 = 4 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{6} \text{ (thỏa mãn } m \geq -1)$	0.5
3	a) 	2.0

	b) Hoàn chỉnh phương trình của (P) và d là nghiệm của phương trình: $x^2 = x + 2$ hay: $x^2 - x - 2 = 0$	0.5
	phương trình có nghiệm: $x_1 = -1; x_2 = 2$; suy ra: $y_1 = 1; y_2 = 4$ Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là A(-1; 1). B(2;4)	0.5
4	a) Gọi I là trung điểm của OS. Theo tính chất tiếp tuyến, ta có : $\angle SAB = \angle SBA = 90^\circ$ $\Rightarrow A, B$ cùng thuộc đường tròn tâm I, đường kính OS (1)	0.5
	Theo tính chất đường kính và dây cung, ta có : $OE \perp CD$ hay $\angle OES = 90^\circ$ $\Rightarrow E$ thuộc đường tròn tâm I, đường kính OS (2)	0.5
	Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm S, A, E, O, B cùng thuộc đường tròn tâm I đường kính OS.	
	b) Ta có $OA = OB$ (bán kính của (O)),	0.25
	$SA = SB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)	0.25
Do đó, nếu $SA = OA$ thì $SA = SB = OA = OB \Rightarrow SAOB$ là hình thoi.	0.25	
Mà $\angle SAO = \angle SBO = 90^\circ \Rightarrow SAOB$ là hình vuông.	0.25	
5	$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1} \Leftrightarrow (y-1)x^2 + yx + y-1 = 0$ (*)	0.25
	Để y đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất thì phương trình (*) phải có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = y^2 - 4(y-1)^2 \geq 0$	0.25
	$\Leftrightarrow -3y^2 + 8y - 4 \geq 0 \Leftrightarrow (2-y)(3y-2) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq y \leq 2$	0.25
	Vậy $y_{\max} = 2$ khi $x = -1$; $y_{\min} = \frac{2}{3}$ khi $x = 1$	0.25

*****Hết*****