

ĐỀ SỐ 01

Câu 1 (3,0 điểm). Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a, $|3x - 2| = 2x + 3$

b, $\sqrt{x^2 - 3x + 11} = \sqrt{-2x + 13}$

c, $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} < \frac{3}{x+2}$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho phương trình $3x^2 - 2(m+1)x + 3m - 5 = 0$

a, Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

b, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho nghiệm này gấp ba nghiệm kia. Tính các nghiệm trong trường hợp đó.

Câu 3 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(1; 2), B(-2; 6), C(9; 8).

a, Tính $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

b, Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

c, Viết phương trình đường cao AH của tam giác ABC.

d, Tìm điểm M trên trục hoành sao cho $|\overline{AM} + \overline{BM}|$ nhỏ nhất.

Câu 4 (1,0 điểm). Rút gọn biểu thức

$$A = \sin^2(180^\circ - \alpha) + \tan^2(180^\circ - \alpha) \tan^2(270^\circ + \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha) \cos(\alpha - 360^\circ)$$

Câu 5 (1,0 điểm). Tìm các giá trị của m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x

$$mx^2 - 4(m-1)x + m - 5 \leq 0.$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh.....Số BD.....

ĐỀ SỐ 01

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	a, Ta có $ 3x - 2 = 2x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 \geq 0 \\ (3x - 2)^2 = (2x + 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ 5x^2 - 24x - 5 = 0 \end{cases}$	0,5
	$\begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x = 5 \\ x = -\frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{1}{5} \end{cases}$ <p>Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 5; x = -\frac{1}{5}$</p>	0,5
	b, Ta có $\sqrt{x^2 - 3x + 11} = \sqrt{-2x + 13} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 13 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 11 = -2x + 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{13}{2} \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{13}{2} \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ <p>Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -1; x = 2$</p>	0,5
	c, $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} < \frac{3}{x+2}$ Điều kiện $\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{cases}$	0,25

	$\Leftrightarrow \frac{x+3+2x+2}{(x+1)(x+3)} < \frac{3}{x+2}$ $\Leftrightarrow \frac{1-x}{(x+1)(x+3)(x+2)} < 0$	0,25
	Lập bảng xét dấu ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -3) \cup (-2; -1) \cup (1; +\infty)$	0,5
2	a, Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $3(3m-5) < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{3}$	1,0
	b, Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 7m + 16 > 0$ (đúng với mọi m)	0,25
	Với điều kiện trên, giả sử hai nghiệm của phương trình là $x_1; x_2$, không mất tổng quát, giả sử $x_2 = 3x_1$.	
	Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3m-5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_1 = \frac{2(m+1)}{3} & (1) \\ 3x_1^2 = \frac{3m-5}{3} & (2) \end{cases}$	0,25
	$(1) \Rightarrow x_1 = \frac{m+1}{6}$, thay vào (2) ta được $3\left(\frac{m+1}{6}\right)^2 = \frac{3m-5}{3} \Leftrightarrow m^2 - 10m + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=7 \\ m=3 \end{cases}$ <p>* Với $m=7$: $x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = 4$ * Với $m=3$: $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 2$</p>	0,5
3	a, Ta có $\overline{AB} = (-3; 4); \overline{AC} = (8; 6) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$	0,25
	Vì $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ nên $AB \perp AC$ hay tam giác ABC vuông tại A.	0,25
	b, vì tam giác ABC vuông tại A nên tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác chính là trung điểm của BC, từ đó $I\left(\frac{7}{2}; 7\right)$	
	Bán kính $R = \frac{BC}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$	0,5
	c, Đường cao AH đi qua A(1; 2) và nhận $\overline{BC} = (11; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $11(x-1) + 2(y-2) = 0$ hay $11x + 2y - 15 = 0$	1,0
	d, Vì M thuộc trục hoành nên giả sử $M(m; 0)$	0,25

	Ta có $\overline{AM} + \overline{BM} = (2m+1; -8)$	
	Khi đó $ \overline{AM} + \overline{BM} = \sqrt{(2m+1)^2 + 64} \geq 8$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m = -\frac{1}{2}$	0,5
	Vậy $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$	0,25
4	Ta có $A = \sin^2(180^\circ - \alpha) + \tan^2(180^\circ - \alpha)\tan^2(270^\circ + \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha)\cos(\alpha - 360^\circ)$ $= \sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha \cdot \cot^2 \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \alpha = 2$	1,0
5	+, Nếu $m=0$ thì bất phương trình trở thành $4x-5 \leq 0$, bất phương trình này chỉ nghiệm đúng với $x \leq \frac{5}{4}$.	0,25
	+, Nếu $m \neq 0$ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3m + 4 \leq 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$	0,5
	Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 02

Câu 1 (3,0 điểm). Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a, $|-2x + 3| = 3x + 5$

b, $\sqrt{x^2 - 3x + 11} = -2x + 7$

c, $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} \geq \frac{3}{x+2}$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - 6mx + 1 - 2m + 9m^2 = 0$

a, Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

b, Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho nghiệm này gấp hai nghiệm kia. Tính các nghiệm trong trường hợp đó.

Câu 3 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(1; 2), B(4; 6), C(-3; 5).

a, Tính $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

b, Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

c, Viết phương trình đường cao AH của tam giác ABC.

d, Tìm điểm M trên trục tung sao cho $|\overline{AM} + \overline{BM}|$ nhỏ nhất.

Câu 4 (1,0 điểm). Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{\cos(\alpha - 90^\circ)}{\sin(180^\circ - \alpha)} + \frac{\tan(\alpha - 180^\circ) \cos(180^\circ + \alpha) \sin(270^\circ + \alpha)}{\tan(270^\circ + \alpha)}$$

Câu 5 (1,0 điểm). Tìm các giá trị của m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x
 $m(m+2)x^2 + 2mx + 2 > 0$.

-----Hết-----

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!*

Họ và tên thí sinh.....Số BD.....

ĐỀ SỐ 02

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	a, Ta có $ -2x+3 =3x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+5 \geq 0 \\ (-2x+3)^2 = (3x+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{5}{3} \\ 5x^2 + 42x + 16 = 0 \end{cases}$	0,5
	$\begin{cases} x \geq -\frac{5}{3} \\ \begin{cases} x = -8 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5} \\ x = -\frac{2}{5} \end{cases} \end{cases}$ Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = -\frac{2}{5}$	0,5
	b, Ta có $\sqrt{x^2 - 3x + 11} = -2x + 7 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 7 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 11 = (-2x + 7)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{7}{2} \\ 3x^2 - 25x + 38 = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{7}{2} \\ \begin{cases} x = \frac{19}{3} \Leftrightarrow x = 2 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$ Vậy phương trình có một nghiệm $x = 2$	0,5
c, $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} \geq \frac{3}{x+2}$ Điều kiện $\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{cases}$	0,25	

	$\Leftrightarrow \frac{x+3+2x+2}{(x+1)(x+3)} \geq \frac{3}{x+2}$ $\Leftrightarrow \frac{1-x}{(x+1)(x+3)(x+2)} \geq 0$	0,25
	Lập bảng xét dấu ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-3; -2) \cup (-1; 1]$	0,5
	a, Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1 > 0 \\ 6m > 0 \\ 9m^2 - 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$	1,0
	b, Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$ (đúng với mọi m)	0,25
2	Với điều kiện trên, giả sử hai nghiệm của phương trình là $x_1; x_2$, không mất tổng quát, giả sử $x_2 = 2x_1$ Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6m \\ x_1 \cdot x_2 = 9m^2 - 2m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_1 = 6m & (1) \\ 2x_1^2 = 9m^2 - 2m + 1 & (2) \end{cases}$	0,25
	(1) $\Rightarrow x_1 = 2m$, thay vào (2) ta được $m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ Khi đó, các nghiệm của phương trình là $x_1 = 2; x_2 = 4$	0,5
	a, Ta có $\overline{AB} = (3; 4); \overline{AC} = (-4; 3) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$	0,25
	Vì $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$ nên $AB \perp AC$ hay tam giác ABC vuông tại A.	0,25
	b, vì tam giác ABC vuông tại A nên tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác chính là trung điểm của BC, từ đó $I \left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2} \right)$ Bán kính $R = \frac{BC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$	0,5
3	c, Đường cao AH đi qua A(1; 2) và nhận $\overline{BC} = (-7; -1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình $7(x-1) + 1(y-2) = 0$ hay $7x + y - 9 = 0$	1,0
	d, Vì M thuộc trục tung nên giả sử $M(0; m)$ Ta có $\overline{AM} + \overline{BM} = (-5; 2m-8)$	0,25

	<p>Khi đó $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \sqrt{25 + (2m-8)^2} \geq 5$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m=4$.</p>	0,5
	Vậy $M(0;4)$	0,25
4	<p>Ta có</p> $A = \frac{\cos(\alpha - 90^\circ)}{\sin(180^\circ - \alpha)} + \frac{\tan(\alpha - 180^\circ) \cos(180^\circ + \alpha) \sin(270^\circ + \alpha)}{\tan(270^\circ + \alpha)}$ $= \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\tan \alpha \cdot (-\cos \alpha) \cdot (-\cos \alpha)}{-\cot \alpha} = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$	1,0
5	<p>+, Nếu $m=0$ thì bất phương trình trở thành $2 > 0$, bất phương trình này nghiệm đúng với mọi x.</p> <p>+, Nếu $m=-2$ thì bất phương trình trở thành $-4x+2 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$, bất phương trình này chỉ nghiệm đúng khi $x < \frac{1}{2}$.</p>	0,25
	<p>+, Nếu $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$ thì bất phương trình nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi</p> $\begin{cases} \Delta' < 0 \\ m(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m > 0 \\ m > 0 \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \\ m > 0 \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases}$	0,5
	Vậy $\begin{cases} m \geq 0 \\ m < -4 \end{cases}$ là cần tìm.	0,25

-----Hết-----